



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°143



CAPU0143

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 7 et de 1.
- **B** est le carré de la somme de 7 et 1.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 10^2 - 13 \quad \mathbf{D} = 14 + 54 \div 6 \quad \mathbf{E} = (3 + 1)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

985 divisé par 8 1 490 divisé par 20

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 410 par 11 ? Justifier.

$$(a) 410 = 11 \times 37 + 3 \quad (b) 410 = 11 \times 38 - 8 \quad (c) 410 = 11 \times 36 + 14$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 66 élèves en sortie dans des minibus de 9 places.

- a) Combien de minibus faut-il réserver ?
b) Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 320					
8 642					
597					
2 727					
725					

2. Dans le nombre $7\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 9 est un diviseur de 115.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°143



CAPU0143

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 20 + 8 \times 9 \quad B = 3 + 36 \div 4 \times 2$$

$$C = (6 \times 8 - 3) \div 2 \quad D = 9,4 + 2 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 5 \times 4 - 4 = 80 \quad 9 + 7 \times 3 + 5 = 53$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 48 + 3,45 + 52 \quad F = 1,5 \times 0,7 + 1,5 \times 0,3 \quad G = 39 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 10 \times 10 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 8 + 8 + 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 3^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 6 \quad 2 \times 3^2 = 6^2 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

121 ; 16 ; 38 ; 86 ; 125 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 5^2 - 9 \quad B = (2 \times 5)^2 - 9$$

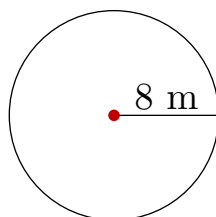
$$C = 4^2 + 2^2 \quad D = (4 + 2)^2$$

2. Calculer l'expression $a^2 + 9a$ pour $a = 6$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 8 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 53 et 89.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 7^2 + 1^2 = 49 + 1 = 50$

$$B = (7 + 1)^2 = 8^2 = 64$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 10^2 - 13$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 10 et 13.

$$D = 14 + 54 \div 6 \text{ est une } \textbf{somme} : \text{c'est la somme de 14 et du quotient de 54 par 6.}$$

$$E = (3 + 1)^3 \text{ est un } \textbf{cube} : \text{c'est le cube de la somme de 3 et 1.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 123 = 984 \leq 985 < 992 = 8 \times 124$: le quotient est 123, le reste $985 - 984 = 1$.

$$985 = 8 \times 123 + 1, \text{ avec } 1 < 8.$$

$$20 \times 74 = 1\,480 \leq 1\,490 < 1\,500 = 20 \times 75 : \text{le quotient est 74, le reste } 1\,490 - 1\,480 = 10.$$

$$1\,490 = 20 \times 74 + 10, \text{ avec } 10 < 20.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $410 = 11 \times 37 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 11. ✓

(b) $410 = 11 \times 38 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $410 = 11 \times 36 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 37, reste 3.

Comme $3 < 37$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 410 par 37 : quotient 11, reste 3.

3. $66 = 9 \times 7 + 3$

7 minibus pleins transportent 63 élèves ; il en reste 3 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $7 + 1 = 8$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $9 - 3 = 6$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 320	oui	non	oui	non	oui
8 642	oui	non	non	non	non
597	non	oui	non	non	non
2 727	non	oui	non	oui	non
725	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$$2\ 320 \rightarrow 2 + 3 + 2 + 0 = 7 \quad 8\ 642 \rightarrow 8 + 6 + 4 + 2 = 20 \quad 597 \rightarrow 5 + 9 + 7 = 21$$

$$2\ 727 \rightarrow 2 + 7 + 2 + 7 = 18 \quad 725 \rightarrow 7 + 2 + 5 = 14$$

2. Somme des chiffres : $7 + \square + 4 = 11 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 12; \square = 4 : 15; \square = 7 : 18$$

3 solutions : 714, 744, 774.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai**. Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 9 est un diviseur de 115. » **Faux**. $115 = 9 \times 12 + 7$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 20 + 8 \times 9 = 20 + 72 = 92$

$$B = 3 + 36 \div 4 \times 2 = 3 + 9 \times 2 = 3 + 18 = 21$$

$$C = (6 \times 8 - 3) \div 2 = (48 - 3) \div 2 = 45 \div 2 = 22,5$$

$$D = 9,4 + 2 \times 1,5 = 9,4 + 3 = 12,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (5 \times 4 - 4) = 5 \times (20 - 4) = 5 \times 16 = 80$$

$$(9 + 7) \times 3 + 5 = 16 \times 3 + 5 = 48 + 5 = 53$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 48 + 3,45 + 52 = 48 + 52 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

$$F = 1,5 \times 0,7 + 1,5 \times 0,3 = 1,5 \times (0,7 + 0,3) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$G = 39 \times 9 = 39 \times (10 - 1) = 39 \times 10 - 39 \times 1 = 390 - 39 = 351$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $10 \times 10 = 10^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $8^3 = 512$.

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « $2^3 = 6$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

« $2 \times 3^2 = 6^2$ » **Faux**. $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$, alors que $6^2 = 36$. Le carré ne porte que sur 3.

« $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$16 = 4^2$: **carré** 38 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 38 < 49 = 7^2$)

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** ! 86 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 86 < 100 = 10^2$)

$121 = 11^2$: **carré** $125 = 5^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 5^2 - 9 = 2 \times 25 - 9 = 50 - 9 = 41$

$B = (2 \times 5)^2 - 9 = 10^2 - 9 = 100 - 9 = 91$

$C = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$

$D = (4 + 2)^2 = 6^2 = 36$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $a = 6$: $a^2 + 9a = 6^2 + 9 \times 6 = 36 + 9 \times 6 = 36 + 54 = 90$

Pour $a = 10$: $a^2 + 9a = 10^2 + 9 \times 10 = 100 + 9 \times 10 = 100 + 90 = 190$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 8^2 = \pi \times 64 = 64\pi$

a) **L'aire exacte est $64\pi \text{ m}^2$.**

$64 \times 3,14 = 200,96$

b) **L'aire vaut environ 201 m^2 .**

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 8^2$, et non $(\pi \times 8)^2$. On élève 8 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 53 et 89. » $\rightarrow$ encore 35 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).