



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°144



CAPU0144

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 12 et 5 par 2.
- **B** est la différence entre 12 et le produit de 5 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 18 - 5 \times 2 \quad \mathbf{D} = 10 + 6 \times 5 \quad \mathbf{E} = (2 \times 5)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

508 divisé par 3 2 469 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 241 par 11 ? Justifier.

$$(a) 241 = 11 \times 22 - 1 \quad (b) 241 = 11 \times 20 + 21 \quad (c) 241 = 11 \times 21 + 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collègue emmène 101 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
471					
655					
9 891					
7 552					
2 540					

2. Dans le nombre $1\square2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 161 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°144



CAPU0144

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 23 - 4 + 5 \quad B = 12 + 56 \div 8 \times 4$$

$$C = (5 + 12) \times 3 - 9 \quad D = 8,4 + 2 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 - 2 \times 2 + 6 = 12 \quad 3 + 9 - 5 + 5 = 2$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 36 \times 11 \quad F = 68 + 7,8 + 32 \quad G = 3,6 \times 1,3 + 3,6 \times 8,7$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 5 \times 5 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 5 + 5 + 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 4^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0^2 = 0 \quad 4 \times 4^2 = 16^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

33 ; 120 ; 75 ; 49 ; 125 ; 36

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 5 \quad B = (3 \times 4)^2 - 5$$

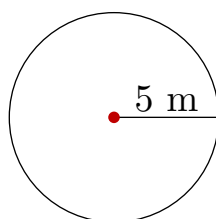
$$C = 1^2 + 4^2 \quad D = (1 + 4)^2$$

2. On pose $A = 2a^2 - 5$ et $B = (2a)^2 - 5$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 5 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 122 et 175.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 4.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (12 - 5) \times 2 = 7 \times 2 = 14$

$B = 12 - 5 \times 2 = 12 - 10 = 2$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 18 - 5 \times 2$ est une **différence** : c'est la différence entre 18 et le produit de 5 par 2.

$D = 10 + 6 \times 5$ est une **somme** : c'est la somme de 10 et du produit de 6 par 5.

$E = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 169 = 507 \leq 508 < 510 = 3 \times 170$: le quotient est 169, le reste $508 - 507 = 1$.

$508 = 3 \times 169 + 1$, avec $1 < 3$.

$13 \times 189 = 2\,457 \leq 2\,469 < 2\,470 = 13 \times 190$: le quotient est 189, le reste $2\,469 - 2\,457 = 12$.

$2\,469 = 13 \times 189 + 12$, avec $12 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $241 = 11 \times 22 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $241 = 11 \times 20 + 21$: le « reste » 21 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $241 = 11 \times 21 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 21, reste 10.

Comme $10 < 21$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 241 par 21 : quotient 11, reste 10.

3. $101 = 15 \times 6 + 11$

6 minibus pleins transportent 90 élèves ; il en reste 11 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $6 + 1 = 7$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 11 = 4$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
471	non	oui	non	non	non
655	non	non	oui	non	non
9 891	non	oui	non	oui	non
7 552	oui	non	non	non	non
2 540	oui	non	oui	non	oui

Sommes des chiffres :

$$471 \rightarrow 4 + 7 + 1 = 12 \quad 655 \rightarrow 6 + 5 + 5 = 16 \quad 9\,891 \rightarrow 9 + 8 + 9 + 1 = 27$$

$$7\,552 \rightarrow 7 + 5 + 5 + 2 = 19 \quad 2\,540 \rightarrow 2 + 5 + 4 + 0 = 11$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 2 = 3 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 6 : 9$$

Une seule solution : 162.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai**. Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 882, somme des chiffres 18.

« 161 est un multiple de 7. » **Vrai**. $161 = 7 \times 23$: le reste de la division de 161 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 23 - 4 + 5 = 19 + 5 = 24$

$$B = 12 + 56 \div 8 \times 4 = 12 + 7 \times 4 = 12 + 28 = 40$$

$$C = (5 + 12) \times 3 - 9 = 17 \times 3 - 9 = 51 - 9 = 42$$

$$D = 8,4 + 2 \times 0,5 = 8,4 + 1 = 9,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(5 - 2) \times 2 + 6 = 3 \times 2 + 6 = 6 + 6 = 12$$

$$3 + 9 - (5 + 5) = 3 + 9 - 10 = 12 - 10 = 2$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 36 \times 11 = 36 \times (10 + 1) = 36 \times 10 + 36 \times 1 = 360 + 36 = 396$$

$$F = 68 + 7,8 + 32 = 68 + 32 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$G = 3,6 \times 1,3 + 3,6 \times 8,7 = 3,6 \times (1,3 + 8,7) = 3,6 \times 10 = 36$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°144



CAPU0144

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $5 \times 5 = 5^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $5^3 = 125$.

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

« $4 \times 4^2 = 16^2$ » **Faux**. $4 \times 4^2 = 4 \times 16 = 64$, alors que $16^2 = 256$. Le carré ne porte que sur 4.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

33 : ni l'un ni l'autre ($5^2 = 25 < 33 < 36 = 6^2$) $36 = 6^2$: **carré**

49 = 7^2 : **carré** 75 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 75 < 81 = 9^2$)

120 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 120 < 121 = 11^2$) $125 = 5^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 5 = 3 \times 16 - 5 = 48 - 5 = 43$

$B = (3 \times 4)^2 - 5 = 12^2 - 5 = 144 - 5 = 139$

$C = 1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$

$D = (1 + 4)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: le **carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 2a^2 - 5 = 2 \times 2^2 - 5 = 2 \times 4 - 5 = 8 - 5 = 3$

$B = (2a)^2 - 5 = (2 \times 2)^2 - 5 = 4^2 - 5 = 16 - 5 = 11$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 2a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 5^2 = \pi \times 25 = 25\pi$

a) **L'aire exacte est $25\pi \text{ m}^2$.**

$25 \times 3,14 = 78,5$

b) **L'aire vaut environ 79 m^2 .**

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 5^2$, et non $(\pi \times 5)^2$. On élève 5 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 122 et 175. » $\rightarrow$ encore 52 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Mon chiffre des unités est 4. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).