



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°145



CAPU0145

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 11 et le produit de 5 par 2.
- **B** est le produit de la différence entre 11 et 5 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 9 \times (7 - 2) \quad \mathbf{D} = (2 \times 5)^2 \quad \mathbf{E} = 7 + 48 \div 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

430 divisé par 8 2 400 divisé par 11

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 133 par 13 ? Justifier.

$$(a) 133 = 13 \times 9 + 16 \quad (b) 133 = 13 \times 11 - 10 \quad (c) 133 = 13 \times 10 + 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 123 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
745					
2 312					
507					
7 263					
9 110					

2. Dans le nombre $8\square6$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 76 est un multiple de 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°145



CAPU0145

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 27 - 14 + 8 \quad B = 5 \times 5 - 5 \times 5$$

$$C = 91 - 4 \times (18 - 2) \quad D = 3 \times [27 - (5 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 7 \times 2 + 8 = 110 \quad 5 + 6 \times 4 \times 3 = 132$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2,7 \times 1,3 + 2,7 \times 8,7 \quad F = 37 \times 9 \quad G = 5 \times 80 \times 20$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 5 \times 5 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 2 + 2 + 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 3^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad 10^3 = 1\,000 \quad 8^2 = 16$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

8 ; 16 ; 108 ; 82 ; 36 ; 99

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 2^2 - 5 \quad B = (5 \times 2)^2 - 5$$

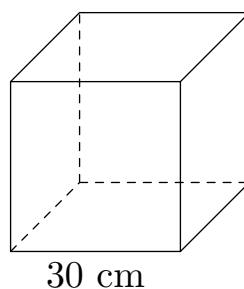
$$C = 1^2 + 6^2 \quad D = (1 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $3n^2$ pour $n = 6$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 30 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 251 et 310.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 11 - 5 \times 2 = 11 - 10 = 1$

$B = (11 - 5) \times 2 = 6 \times 2 = 12$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9 \times (7 - 2)$ est un **produit** : c'est le produit de 9 par la différence entre 7 et 2.

$D = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$E = 7 + 48 \div 6$ est une **somme** : c'est la somme de 7 et du quotient de 48 par 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 53 = 424 \leq 430 < 432 = 8 \times 54$: le quotient est 53, le reste $430 - 424 = 6$.

$430 = 8 \times 53 + 6$, avec $6 < 8$.

$11 \times 218 = 2\,398 \leq 2\,400 < 2\,409 = 11 \times 219$: le quotient est 218, le reste $2\,400 - 2\,398 = 2$.

$2\,400 = 11 \times 218 + 2$, avec $2 < 11$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $133 = 13 \times 9 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(b) $133 = 13 \times 11 - 10$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $133 = 13 \times 10 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 13. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 10, reste 3.

Comme $3 < 10$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 133 par 10 : quotient 13, reste 3.

3. $123 = 15 \times 8 + 3$

8 minibus pleins transportent 120 élèves ; il en reste 3 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $8 + 1 = 9$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 3 = 12$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°145



CAPU0145

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
745	non	non	oui	non	non
2 312	oui	non	non	non	non
507	non	oui	non	non	non
7 263	non	oui	non	oui	non
9 110	oui	non	oui	non	oui

Sommes des chiffres :

$$745 \rightarrow 7 + 4 + 5 = 16 \quad 2\,312 \rightarrow 2 + 3 + 1 + 2 = 8 \quad 507 \rightarrow 5 + 0 + 7 = 12$$

$$7\,263 \rightarrow 7 + 2 + 6 + 3 = 18 \quad 9\,110 \rightarrow 9 + 1 + 1 + 0 = 11$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 6 = 14 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 4 : 18$$

Une seule solution : 846.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai**. Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 882, somme des chiffres 18.

« 76 est un multiple de 4. » **Vrai**. $76 = 4 \times 19$: le reste de la division de 76 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 27 - 14 + 8 = 13 + 8 = 21$

$$B = 5 \times 5 - 5 \times 5 = 25 - 25 = 0$$

$$C = 91 - 4 \times (18 - 2) = 91 - 4 \times 16 = 91 - 64 = 27$$

$$D = 3 \times [27 - (5 + 8)] = 3 \times [27 - 13] = 3 \times 14 = 42$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (7 \times 2 + 8) = 5 \times (14 + 8) = 5 \times 22 = 110$$

$$(5 + 6) \times 4 \times 3 = 11 \times 4 \times 3 = 44 \times 3 = 132$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2,7 \times 1,3 + 2,7 \times 8,7 = 2,7 \times (1,3 + 8,7) = 2,7 \times 10 = 27$$

$$F = 37 \times 9 = 37 \times (10 - 1) = 37 \times 10 - 37 \times 1 = 370 - 37 = 333$$

$$G = 5 \times 80 \times 20 = 5 \times 20 \times 80 = 100 \times 80 = 8\,000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°145



CAPU0145

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $5 \times 5 = 5^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $2^3 = 8$.

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux**. $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $8^2 = 16$ » **Faux**. $8^2 = 8 \times 8 = 64$. L'exposant ne multiplie pas : $8 \times 2 = 16$, c'est le double.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$8 = 2^3$: **cube** $16 = 4^2$: **carré**

$36 = 6^2$: **carré** 82 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 82 < 100 = 10^2$)

99 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 99 < 100 = 10^2$) 108 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 108 < 121 = 11^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 2^2 - 5 = 5 \times 4 - 5 = 20 - 5 = 15$

$B = (5 \times 2)^2 - 5 = 10^2 - 5 = 100 - 5 = 95$

$C = 1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37$

$D = (1 + 6)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 6$: $3n^2 = 3 \times 6^2 = 3 \times 36 = 108$

Pour $n = 10$: $3n^2 = 3 \times 10^2 = 3 \times 100 = 300$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 30^3 = 30 \times 30 \times 30 = 27\ 000$

a) Le volume est de 27 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\ 000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$27\ 000 \div 1\ 000 = 27$

b) L'aquarium contient 27 litres.

Autre façon de voir : 30 cm, c'est 3 fois 10 cm ; on range $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 251 et 310. » $\rightarrow$ encore 58 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 256, 289.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 289.

Le nombre mystère est 289 ($289 = 17^2$).