



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 2 et 5.
- **B** est la somme des carrés de 2 et de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 12 + 24 \div 4 \quad \mathbf{D} = (1 + 7)^2 \quad \mathbf{E} = 2 \times 3^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$133 \text{ divisé par } 6 \quad 838 \text{ divisé par } 23$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 268 par 13 ? Justifier.

$$(a) 268 = 13 \times 19 + 21 \quad (b) 268 = 13 \times 20 + 8 \quad (c) 268 = 13 \times 21 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 266 pages. Nina en lit 20 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 860					
4 311					
9 088					
111					
935					

2. Dans le nombre $88\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 80 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°146



CAPU0146

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 20 - 2 + 2 \quad B = 48 \div 8 \times 3$$

$$C = (8 \times 6 - 1) \div 2 \quad D = 9,8 + 6 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 2 \times 3 \times 3 = 24 \quad 9 \times 8 - 6 - 8 = 10$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 48 + 5,05 + 52 \quad F = 15 \times 101 \quad G = 14 \times 81 - 14 \times 71$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 + 4 + 4 \quad 5 \times 5 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 5^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(1 + 3)^2 = 1^2 + 3^2 \quad 0^2 = 0 \quad 4^3 = 12$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

106 ; 1 000 ; 16 ; 64 ; 36 ; 138

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 8 \quad B = (4 \times 6)^2 - 8$$

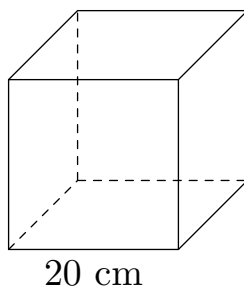
$$C = 7^2 + 1^2 \quad D = (7 + 1)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 3 = 4x$ est-elle vraie pour $x = 1$? Pour $x = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 20 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 49 et 90.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°146



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 + 5)^2 = 7^2 = 49$

$B = 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 12 + 24 \div 4$ est une **somme** : c'est la somme de 12 et du quotient de 24 par 4.

$D = (1 + 7)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 1 et 7.

$E = 2 \times 3^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 22 = 132 \leq 133 < 138 = 6 \times 23$: le quotient est 22, le reste $133 - 132 = 1$.

$133 = 6 \times 22 + 1$, avec $1 < 6$.

$23 \times 36 = 828 \leq 838 < 851 = 23 \times 37$: le quotient est 36, le reste $838 - 828 = 10$.

$838 = 23 \times 36 + 10$, avec $10 < 23$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $268 = 13 \times 19 + 21$: le « reste » 21 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(b) $268 = 13 \times 20 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 13. ✓

(c) $268 = 13 \times 21 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 20, reste 8.

Comme $8 < 20$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 268 par 20 : quotient 13, reste 8.

3. $266 = 20 \times 13 + 6$

En 13 soirs, elle lit 260 pages ; il lui en reste encore 6.

a) **Il lui faut $13 + 1 = 14$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 6 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 860	oui	non	oui	non	oui
4 311	non	oui	non	oui	non
9 088	oui	non	non	non	non
111	non	oui	non	non	non
935	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°146



CAPU0146

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 8\ 860 &\rightarrow 8 + 8 + 6 + 0 = 22 & 4\ 311 &\rightarrow 4 + 3 + 1 + 1 = 9 & 9\ 088 &\rightarrow 9 + 0 + 8 + 8 = 25 \\ 111 &\rightarrow 1 + 1 + 1 = 3 & 935 &\rightarrow 9 + 3 + 5 = 17 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $8 + 8 + \square = 16 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 21$$

Une seule solution : 885.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 68 est pair mais $68 = 3 \times 22 + 2$.
« 80 est un multiple de 5. » **Vrai.** $80 = 5 \times 16$: le reste de la division de 80 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 20 - 2 + 2 = 18 + 2 = 20$

$$B = 48 \div 8 \times 3 = 6 \times 3 = 18$$

$$C = (8 \times 6 - 1) \div 2 = (48 - 1) \div 2 = 47 \div 2 = 23,5$$

$$D = 9,8 + 6 \times 1,5 = 9,8 + 9 = 18,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(2 + 2 \times 3) \times 3 = (2 + 6) \times 3 = 8 \times 3 = 24$$

$$9 \times (8 - 6) - 8 = 9 \times 2 - 8 = 18 - 8 = 10$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 48 + 5,05 + 52 = 48 + 52 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$F = 15 \times 101 = 15 \times (100 + 1) = 15 \times 100 + 15 \times 1 = 1\ 500 + 15 = 1\ 515$$

$$G = 14 \times 81 - 14 \times 71 = 14 \times (81 - 71) = 14 \times 10 = 140$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 = 5^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$$

3. « $(1 + 3)^2 = 1^2 + 3^2$ » **Faux.** $(1 + 3)^2 = 4^2 = 16$, alors que $1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« $4^3 = 12$ » **Faux.** $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, et non 3×4 .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 106 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 106 < 121 = 11^2)$$

$$138 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 138 < 144 = 12^2) \quad 1\ 000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 8 = 4 \times 36 - 8 = 144 - 8 = 136$

$$B = (4 \times 6)^2 - 8 = 24^2 - 8 = 576 - 8 = 568$$

$$C = 7^2 + 1^2 = 49 + 1 = 50$$

$$D = (7 + 1)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 1$: $x^2 + 3 = 1^2 + 3 = 1 + 3 = 4$ et $4x = 4 \times 1 = 4$.

4 = 4 : l'égalité est vraie pour $x = 1$.

Pour $x = 5$: $x^2 + 3 = 5^2 + 3 = 25 + 3 = 28$ et $4x = 4 \times 5 = 20$.

28 $\neq$ 20 : l'égalité est fausse pour $x = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 3$, et seulement pour 1 et 3.)

Exercice 7 — Correction

1. $V = 20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\,000$

a) Le volume est de 8 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$8\,000 \div 1\,000 = 8$$

b) L'aquarium contient 8 litres.

Autre façon de voir : 20 cm, c'est 2 fois 10 cm ; on range $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 49 et 90. » $\rightarrow$ encore 40 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).