



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°147



CAPU0147

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 24 et 27 par 3.
- **B** est la somme de 24 et du quotient de 27 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 + 1)^3 \quad D = 3 + 25 \div 5 \quad E = 2 \times 8^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

898 divisé par 9 833 divisé par 25

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 173 par 14 ? Justifier.

$$(a) 173 = 14 \times 11 + 19 \quad (b) 173 = 14 \times 12 + 5 \quad (c) 173 = 14 \times 13 - 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 87 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
455					
8 276					
5 679					
2 080					
831					

2. Dans le nombre $70\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 100.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 19 + 6 \times 5 \quad B = 11 + 42 \div 7 \times 4$$

$$C = (8 + 3) \times 2 - 5 \quad D = 4 \times [38 - (4 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 7 + 6 \times 3 = 175 \quad 3 \times 9 - 4 - 2 = 25$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 41 + 7,8 + 59 \quad F = 27 \times 101 \quad G = 35 \times 18 + 35 \times 82$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 7 + 7 + 7 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 10 \times 10$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 5^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$5^3 = 15 \quad 0,3^2 = 0,9 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

82 ; 64 ; 125 ; 25 ; 36 ; 109

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 1 \quad B = (2 \times 6)^2 - 1$$

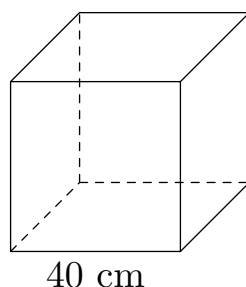
$$C = 4^2 + 7^2 \quad D = (4 + 7)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 4 = 5n$ est-elle vraie pour $n = 1$? Pour $n = 8$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 40 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 116 et 179.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°147



CAPU0147

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (24 + 27) \div 3 = 51 \div 3 = 17$

$B = 24 + 27 \div 3 = 24 + 9 = 33$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 1.

$D = 3 + 25 \div 5$ est une **somme** : c'est la somme de 3 et du quotient de 25 par 5.

$E = 2 \times 8^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 99 = 891 \leq 898 < 900 = 9 \times 100$: le quotient est 99, le reste $898 - 891 = 7$.

$898 = 9 \times 99 + 7$, avec $7 < 9$.

$25 \times 33 = 825 \leq 833 < 850 = 25 \times 34$: le quotient est 33, le reste $833 - 825 = 8$.

$833 = 25 \times 33 + 8$, avec $8 < 25$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $173 = 14 \times 11 + 19$: le « reste » 19 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(b) $173 = 14 \times 12 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 14. ✓

(c) $173 = 14 \times 13 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 12, reste 5.

Comme $5 < 12$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 173 par 12 : quotient 14, reste 5.

3. $87 = 6 \times 14 + 3$, avec $3 < 6$

a) Elle remplit 14 boîtes pleines.

b) Il reste 3 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
455	non	non	oui	non	non
8 276	oui	non	non	non	non
5 679	non	oui	non	oui	non
2 080	oui	non	oui	non	oui
831	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°147



Sommes des chiffres :

$$455 \rightarrow 4 + 5 + 5 = 14 \quad 8\,276 \rightarrow 8 + 2 + 7 + 6 = 23 \quad 5\,679 \rightarrow 5 + 6 + 7 + 9 = 27$$
$$2\,080 \rightarrow 2 + 0 + 8 + 0 = 10 \quad 831 \rightarrow 8 + 3 + 1 = 12$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $7 + 0 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 12$$

Une seule solution : 705.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 20 est pair mais $20 = 3 \times 6 + 2$.
« 5 est un diviseur de 100. » **Vrai.** $100 = 5 \times 20$: le reste de la division de 100 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 19 + 6 \times 5 = 19 + 30 = 49$

$$B = 11 + 42 \div 7 \times 4 = 11 + 6 \times 4 = 11 + 24 = 35$$

$$C = (8 + 3) \times 2 - 5 = 11 \times 2 - 5 = 22 - 5 = 17$$

$$D = 4 \times [38 - (4 + 8)] = 4 \times [38 - 12] = 4 \times 26 = 104$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (7 + 6 \times 3) = 7 \times (7 + 18) = 7 \times 25 = 175$$

$$3 \times 9 - (4 - 2) = 3 \times 9 - 2 = 27 - 2 = 25$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 41 + 7,8 + 59 = 41 + 59 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$F = 27 \times 101 = 27 \times (100 + 1) = 27 \times 100 + 27 \times 1 = 2\,700 + 27 = 2\,727$$

$$G = 35 \times 18 + 35 \times 82 = 35 \times (18 + 82) = 35 \times 100 = 3\,500$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $10 \times 10 = 10^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $5^3 = 15$ » **Faux.** $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, et non 3×5 .

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 82 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 82 < 100 = 10^2)$$

$$109 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 109 < 121 = 11^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 6^2 - 1 = 2 \times 36 - 1 = 72 - 1 = 71$

$$B = (2 \times 6)^2 - 1 = 12^2 - 1 = 144 - 1 = 143$$

$$C = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$$

$$D = (4 + 7)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 1$: $n^2 + 4 = 1^2 + 4 = 1 + 4 = 5$ et $5n = 5 \times 1 = 5$.

5 = 5 : l'égalité est vraie pour $n = 1$.

Pour $n = 8$: $n^2 + 4 = 8^2 + 4 = 64 + 4 = 68$ et $5n = 5 \times 8 = 40$.

68 $\neq$ 40 : l'égalité est fausse pour $n = 8$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 4$, et seulement pour 1 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. $V = 40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\,000$

a) Le volume est de 64 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$$64\,000 \div 1\,000 = 64$$

b) L'aquarium contient 64 litres.

Autre façon de voir : 40 cm, c'est 4 fois 10 cm ; on range $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 116 et 179. » $\rightarrow$ encore 62 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144, 169.

« Mon chiffre des unités est 4. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).