



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°148



CAPU0148

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 16 et le produit de 5 par 2.
- **B** est le produit de la différence entre 16 et 5 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 8 + 2 \times 8 \quad \mathbf{D} = 38 - 4 \times 7 \quad \mathbf{E} = 2 \times 9^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

744 divisé par 7 1 055 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 173 par 14 ? Justifier.

$$(a) 173 = 14 \times 13 - 9 \quad (b) 173 = 14 \times 11 + 19 \quad (c) 173 = 14 \times 12 + 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 387 pages. Nina en lit 30 chaque soir.

- a) Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
b) Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 792					
321					
4 990					
7 551					
245					

2. Dans le nombre $82\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 91.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°148



CAPU0148

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 51 - 8 + 14 \quad B = 27 \div 3 \times 2$$

$$C = 88 - 2 \times (12 - 2) \quad D = 4 \times [39 - (4 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 3 \times 4 + 8 = 180 \quad 6 \times 8 + 5 - 9 = 69$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 41 \times 56 - 41 \times 46 \quad F = 20 \times 101 \quad G = 2 \times 48 \times 5$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 + 5 + 5 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 11 \times 11 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 0^2 = 0 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

128 ; 16 ; 64 ; 58 ; 27 ; 81

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 4 \quad B = (2 \times 3)^2 - 4$$

$$C = 6^2 + 5^2 \quad D = (6 + 5)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 10 = 7x$ est-elle vraie pour $x = 1$? Pour $x = 2$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 27 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 135 et 177.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°148



CAPU0148

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 16 - 5 \times 2 = 16 - 10 = 6$

$$B = (16 - 5) \times 2 = 11 \times 2 = 22$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 8 + 2 \times 8$ est une **somme** : c'est la somme de 8 et du produit de 2 par 8.

$D = 38 - 4 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 38 et le produit de 4 par 7.

$E = 2 \times 9^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 106 = 742 \leq 744 < 749 = 7 \times 107$: le quotient est 106, le reste $744 - 742 = 2$.

$$744 = 7 \times 106 + 2, \text{ avec } 2 < 7.$$

$29 \times 36 = 1\,044 \leq 1\,055 < 1\,073 = 29 \times 37$: le quotient est 36, le reste $1\,055 - 1\,044 = 11$.

$$1\,055 = 29 \times 36 + 11, \text{ avec } 11 < 29.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $173 = 14 \times 13 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $173 = 14 \times 11 + 19$: le « reste » 19 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(c) $173 = 14 \times 12 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 14. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 12, reste 5.

Comme $5 < 12$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 173 par 12 : quotient 14, reste 5.

3. $387 = 30 \times 12 + 27$

En 12 soirs, elle lit 360 pages ; il lui en reste encore 27.

a) **Il lui faut $12 + 1 = 13$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 27 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 792	oui	non	non	non	non
321	non	oui	non	non	non
4 990	oui	non	oui	non	oui
7 551	non	oui	non	oui	non
245	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°148



CAPU0148

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 8\,792 \rightarrow 8 + 7 + 9 + 2 = 26 & 321 \rightarrow 3 + 2 + 1 = 6 & 4\,990 \rightarrow 4 + 9 + 9 + 0 = 22 \\ 7\,551 \rightarrow 7 + 5 + 5 + 1 = 18 & 245 \rightarrow 2 + 4 + 5 = 11 & \end{array}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $8 + 2 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 15$$

Une seule solution : 825.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 864, somme des chiffres 18.

« 5 est un diviseur de 91. » **Faux.** $91 = 5 \times 18 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 51 - 8 + 14 = 43 + 14 = 57$

$$B = 27 \div 3 \times 2 = 9 \times 2 = 18$$

$$C = 88 - 2 \times (12 - 2) = 88 - 2 \times 10 = 88 - 20 = 68$$

$$D = 4 \times [39 - (4 + 5)] = 4 \times [39 - 9] = 4 \times 30 = 120$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times (3 \times 4 + 8) = 9 \times (12 + 8) = 9 \times 20 = 180$$

$$6 \times (8 + 5) - 9 = 6 \times 13 - 9 = 78 - 9 = 69$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 41 \times 56 - 41 \times 46 = 41 \times (56 - 46) = 41 \times 10 = 410$$

$$F = 20 \times 101 = 20 \times (100 + 1) = 20 \times 100 + 20 \times 1 = 2\,000 + 20 = 2\,020$$

$$G = 2 \times 48 \times 5 = 2 \times 5 \times 48 = 10 \times 48 = 480$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $11 \times 11 = 11^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$, qui n'est le carré d'aucun entier ($4^2 = 16$ et $5^2 = 25$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$58 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (7^2 = 49 < 58 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°148



CAPU0148

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 128 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 128 < 144 = 12^2)$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 2 \times 3^2 - 4 = 2 \times 9 - 4 = 18 - 4 = 14$$

$$B = (2 \times 3)^2 - 4 = 6^2 - 4 = 36 - 4 = 32$$

$$C = 6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$$

$$D = (6 + 5)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 1 : x^2 + 10 = 1^2 + 10 = 1 + 10 = 11 \text{ et } 7x = 7 \times 1 = 7.$$

$11 \neq 7$: l'égalité est fausse pour $x = 1$.

$$\text{Pour } x = 2 : x^2 + 10 = 2^2 + 10 = 4 + 10 = 14 \text{ et } 7x = 7 \times 2 = 14.$$

$14 = 14$: l'égalité est vraie pour $x = 2$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 5$, et seulement pour 2 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 27 :

$$5^2 = 25 \leq 27 \text{ et } 6^2 = 36 > 27.$$

a) Elle mettra 5 dalles sur chaque côté.

$$27 - 25 = 2$$

b) Il lui restera 2 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 135 et 177. » $\rightarrow$ encore 41 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Mon chiffre des unités est 4. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).