



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°149



CAPU0149

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 3 et 6 par 8.
- **B** est la somme de 3 et du produit de 6 par 8.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (7 + 5) \div 4 \quad \mathbf{D} = (3 + 4) \times 2 \quad \mathbf{E} = 15 + 54 \div 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

753 divisé par 5 900 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 365 par 14 ? Justifier.

$$(a) 365 = 14 \times 26 + 1 \quad (b) 365 = 14 \times 27 - 13 \quad (c) 365 = 14 \times 25 + 15$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 89 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 944					
935					
807					
6 610					
1 683					

2. Dans le nombre $34\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 6 est un diviseur de 105.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°149



CAPU0149

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 22 + 6 \times 5 \quad B = 8 \times 7 - 2 \times 5$$

$$C = 54 - 5 \times (12 - 4) \quad D = 6,1 + 4 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 5 + 7 \times 5 = 65 \quad 9 \times 5 - 6 + 5 = 34$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 26 \times 11 \quad F = 27 \times 47 + 27 \times 53 \quad G = 58 + 5,05 + 42$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 + 8 + 8 \quad 10 \times 10 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 4^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,3^2 = 0,9 \quad 10^3 = 1\,000 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

81 ; 77 ; 49 ; 1 000 ; 64 ; 67

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 3 \quad B = (2 \times 3)^2 - 3$$

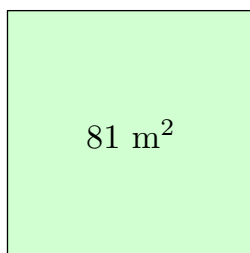
$$C = 3^2 + 7^2 \quad D = (3 + 7)^2$$

2. On pose $A = 2x^2 - 6$ et $B = (2x)^2 - 6$. Calculer A et B pour $x = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 81 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 195 et 246.
sible par 2.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°149



CAPU0149

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (3 + 6) \times 8 = 9 \times 8 = 72$

$B = 3 + 6 \times 8 = 3 + 48 = 51$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (7 + 5) \div 4$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 7 et 5 par 4.

$D = (3 + 4) \times 2$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 3 et 4 par 2.

$E = 15 + 54 \div 9$ est une **somme** : c'est la somme de 15 et du quotient de 54 par 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 150 = 750 \leq 753 < 755 = 5 \times 151$: le quotient est 150, le reste $753 - 750 = 3$.

$753 = 5 \times 150 + 3$, avec $3 < 5$.

$26 \times 34 = 884 \leq 900 < 910 = 26 \times 35$: le quotient est 34, le reste $900 - 884 = 16$.

$900 = 26 \times 34 + 16$, avec $16 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $365 = 14 \times 26 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 14. ✓

(b) $365 = 14 \times 27 - 13$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $365 = 14 \times 25 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 26, reste 1.

Comme $1 < 26$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 365 par 26 : quotient 14, reste 1.

3. $89 = 12 \times 7 + 5$, avec $5 < 12$

a) Elle remplit 7 boîtes pleines.

b) Il reste 5 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 944	oui	non	non	non	non
935	non	non	oui	non	non
807	non	oui	non	non	non
6 610	oui	non	oui	non	oui
1 683	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°149



CAPU0149

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 3\,944 &\rightarrow 3 + 9 + 4 + 4 = 20 & 935 &\rightarrow 9 + 3 + 5 = 17 & 807 &\rightarrow 8 + 0 + 7 = 15 \\ 6\,610 &\rightarrow 6 + 6 + 1 + 0 = 13 & 1\,683 &\rightarrow 1 + 6 + 8 + 3 = 18 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $3 + 4 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 9 ; \square = 8 : 15$$

2 solutions : 342, 348.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 684, somme des chiffres 18.

« 6 est un diviseur de 105. » **Faux.** $105 = 6 \times 17 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 22 + 6 \times 5 = 22 + 30 = 52$

$$B = 8 \times 7 - 2 \times 5 = 56 - 10 = 46$$

$$C = 54 - 5 \times (12 - 4) = 54 - 5 \times 8 = 54 - 40 = 14$$

$$D = 6,1 + 4 \times 1,2 = 6,1 + 4,8 = 10,9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 + (5 + 7) \times 5 = 5 + 12 \times 5 = 5 + 60 = 65$$

$$9 \times 5 - (6 + 5) = 9 \times 5 - 11 = 45 - 11 = 34$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 26 \times 11 = 26 \times (10 + 1) = 26 \times 10 + 26 \times 1 = 260 + 26 = 286$$

$$F = 27 \times 47 + 27 \times 53 = 27 \times (47 + 53) = 27 \times 100 = 2\,700$$

$$G = 58 + 5,05 + 42 = 58 + 42 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $10 \times 10 = 10^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $0,3^2 = 0,9$ » **Faux.** $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$, qui n'est le carré d'aucun entier ($6^2 = 36$ et $7^2 = 49$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$67 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 67 < 81 = 9^2) \quad 77 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 77 < 81 = 9^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°149



CAPU0149

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 2 \times 3^2 - 3 = 2 \times 9 - 3 = 18 - 3 = 15$$

$$B = (2 \times 3)^2 - 3 = 6^2 - 3 = 36 - 3 = 33$$

$$C = 3^2 + 7^2 = 9 + 49 = 58$$

$$D = (3 + 7)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2x^2 - 6 = 2 \times 2^2 - 6 = 2 \times 4 - 6 = 8 - 6 = 2$$

$$B = (2x)^2 - 6 = (2 \times 2)^2 - 6 = 4^2 - 6 = 16 - 6 = 10$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 2x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 81 : $9 \times 9 = 81$, c'est-à-dire $9^2 = 81$.

a) **Le côté mesure 9 m.**

$$4 \times 9 = 36$$

b) **Le périmètre est de 36 m.**

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 195 et 246. » $\rightarrow$ encore 50 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 196, 225.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 225.

Le nombre mystère est 225 ($225 = 15^2$).