



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°15



CAPU0015

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 1 et de 5.
- **B** est le carré de la somme de 1 et 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5^2 + 7^2 \quad \mathbf{D} = (3 + 7)^2 \quad \mathbf{E} = (12 + 13) \div 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

420 divisé par 9 1 551 divisé par 18

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 480 par 14 ? Justifier.

$$(a) 480 = 14 \times 34 + 4 \quad (b) 480 = 14 \times 33 + 18 \quad (c) 480 = 14 \times 35 - 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 218 pages. Nina en lit 20 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 252					
485					
957					
6 507					
2 890					

2. Dans le nombre $8\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 9 est un diviseur de 125.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°15



CAPU0015

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 68 - 4 \times 3 \quad B = 12 + 4 \div 2 \times 4$$

$$C = 77 - 4 \times (10 - 6) \quad D = [9 + 6 \times (10 - 1)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 9 - 7 \times 2 = 112 \quad 7 \times 2 \times 4 - 3 = 14$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4 \times 79 \times 25 \quad F = 3,6 \times 1,3 + 3,6 \times 8,7 \quad G = 36 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \quad 7 + 7 + 7 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 1,5 \times 1,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(2 + 5)^2 = 2^2 + 5^2 \quad 0,3^2 = 0,9 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

96 ; 81 ; 114 ; 127 ; 27 ; 144

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 1 \quad B = (4 \times 3)^2 - 1$$

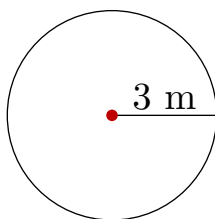
$$C = 4^2 + 6^2 \quad D = (4 + 6)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 2 = 3n$ est-elle vraie pour $n = 3$? Pour $n = 2$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 3 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 42.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°15



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 1^2 + 5^2 = 1 + 25 = 26$

$$B = (1 + 5)^2 = 6^2 = 36$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5^2 + 7^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 5 et de 7.

$$D = (3 + 7)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré de la somme de 3 et 7.}$$

$$E = (12 + 13) \div 5 \text{ est un } \mathbf{quotient} : \text{c'est le quotient de la somme de 12 et 13 par 5.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 46 = 414 \leq 420 < 423 = 9 \times 47$: le quotient est 46, le reste $420 - 414 = 6$.

$$420 = 9 \times 46 + 6, \text{ avec } 6 < 9.$$

$$18 \times 86 = 1\,548 \leq 1\,551 < 1\,566 = 18 \times 87 : \text{le quotient est 86, le reste } 1\,551 - 1\,548 = 3.$$

$$1\,551 = 18 \times 86 + 3, \text{ avec } 3 < 18.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $480 = 14 \times 34 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 14. ✓

(b) $480 = 14 \times 33 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(c) $480 = 14 \times 35 - 10$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 34, reste 4.

Comme $4 < 34$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 480 par 34 : quotient 14, reste 4.

3. $218 = 20 \times 10 + 18$

En 10 soirs, elle lit 200 pages ; il lui en reste encore 18.

a) Il lui faut $10 + 1 = 11$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 18 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 252	oui	non	non	non	non
485	non	non	oui	non	non
957	non	oui	non	non	non
6 507	non	oui	non	oui	non
2 890	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°15



CAPU0015

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 1\ 252 &\rightarrow 1 + 2 + 5 + 2 = 10 & 485 &\rightarrow 4 + 8 + 5 = 17 & 957 &\rightarrow 9 + 5 + 7 = 21 \\ 6\ 507 &\rightarrow 6 + 5 + 0 + 7 = 18 & 2\ 890 &\rightarrow 2 + 8 + 9 + 0 = 19 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 0 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 9 ; \square = 4 : 12 ; \square = 7 : 15$$

3 solutions : 810, 840, 870.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 73 se termine par 3, mais $73 = 3 \times 24 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 9 est un diviseur de 125. » **Faux.** $125 = 9 \times 13 + 8$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 68 - 4 \times 3 = 68 - 12 = 56$

$$B = 12 + 4 \div 2 \times 4 = 12 + 2 \times 4 = 12 + 8 = 20$$

$$C = 77 - 4 \times (10 - 6) = 77 - 4 \times 4 = 77 - 16 = 61$$

$$D = [9 + 6 \times (10 - 1)] \div 5 = [9 + 6 \times 9] \div 5 = [9 + 54] \div 5 = 63 \div 5 = 12,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(7 \times 9 - 7) \times 2 = (63 - 7) \times 2 = 56 \times 2 = 112$$

$$7 \times 2 \times (4 - 3) = 7 \times 2 \times 1 = 14 \times 1 = 14$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4 \times 79 \times 25 = 4 \times 25 \times 79 = 100 \times 79 = 7\ 900$$

$$F = 3,6 \times 1,3 + 3,6 \times 8,7 = 3,6 \times (1,3 + 8,7) = 3,6 \times 10 = 36$$

$$G = 36 \times 99 = 36 \times (100 - 1) = 36 \times 100 - 36 \times 1 = 3\ 600 - 36 = 3\ 564$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 = 5^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $(2 + 5)^2 = 2^2 + 5^2$ » **Faux.** $(2 + 5)^2 = 7^2 = 49$, alors que $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$.

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } 10^3 = 1\ 000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$96 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 96 < 100 = 10^2) \quad 114 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 114 < 121 = 11^2)$$

$$127 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 127 < 144 = 12^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 1 = 4 \times 9 - 1 = 36 - 1 = 35$

$$B = (4 \times 3)^2 - 1 = 12^2 - 1 = 144 - 1 = 143$$

$$C = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

$$D = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 3$: $n^2 + 2 = 3^2 + 2 = 9 + 2 = 11$ et $3n = 3 \times 3 = 9$.

11 $\neq$ 9 : l'égalité est fausse pour $n = 3$.

Pour $n = 2$: $n^2 + 2 = 2^2 + 2 = 4 + 2 = 6$ et $3n = 3 \times 2 = 6$.

6 = 6 : l'égalité est vraie pour $n = 2$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 1$, et seulement pour 2 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 3^2 = \pi \times 9 = 9\pi$

a) L'aire exacte est $9\pi \text{ m}^2$.

$$9 \times 3,14 = 28,26$$

b) L'aire vaut environ 28 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 3^2$, et non $(\pi \times 3)^2$. On élève 3 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 42. » $\rightarrow$ encore 40 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).