



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°150



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 6.
- **B** est le double du carré de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 10^2 - 7 \quad D = (7 + 3) \times 6 \quad E = (2 + 3)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

113 divisé par 4 735 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 175 par 8 ? Justifier.

$$(a) 175 = 8 \times 21 + 7 \quad (b) 175 = 8 \times 22 - 1 \quad (c) 175 = 8 \times 20 + 15$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 273 pages. Nina en lit 25 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 960					
9 686					
777					
395					
4 257					

2. Dans le nombre $8\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 270 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°150



CAPU0150

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 59 - 8 + 4 \quad B = 8 + 49 \div 7 \times 3$$

$$C = (4 + 2) \times 6 - 2 \quad D = 1,8 + 6 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 4 \times 9 + 6 = 96 \quad 9 \times 3 - 3 \times 8 = 192$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 8 \times 95 \times 125 \quad F = 41 \times 99 \quad G = 23 \times 60 - 23 \times 50$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 + 3 + 3 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 9 \times 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 5^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 1^3 = 1 \quad 3^3 = 9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

71 ; 49 ; 61 ; 36 ; 39 ; 1 000

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 2 \quad B = (3 \times 3)^2 - 2$$

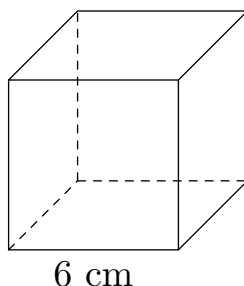
$$C = 2^2 + 4^2 \quad D = (2 + 4)^2$$

2. On pose $A = 3x^2 - 4$ et $B = (3x)^2 - 4$. Calculer A et B pour $x = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 6 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 3 et 62.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°150



CAPU0150

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$

$B = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 10^2 - 7$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 10 et 7.

$D = (7 + 3) \times 6$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 7 et 3 par 6.

$E = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 28 = 112 \leq 113 < 116 = 4 \times 29$: le quotient est 28, le reste $113 - 112 = 1$.

$113 = 4 \times 28 + 1$, avec $1 < 4$.

$12 \times 61 = 732 \leq 735 < 744 = 12 \times 62$: le quotient est 61, le reste $735 - 732 = 3$.

$735 = 12 \times 61 + 3$, avec $3 < 12$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $175 = 8 \times 21 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 8. ✓

(b) $175 = 8 \times 22 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $175 = 8 \times 20 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 21, reste 7.

Comme $7 < 21$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 175 par 21 : quotient 8, reste 7.

3. $273 = 25 \times 10 + 23$

En 10 soirs, elle lit 250 pages ; il lui en reste encore 23.

a) Il lui faut $10 + 1 = 11$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 23 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 960	oui	non	oui	non	oui
9 686	oui	non	non	non	non
777	non	oui	non	non	non
395	non	non	oui	non	non
4 257	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°150



CAPU0150

Sommes des chiffres :

$$5\,960 \rightarrow 5 + 9 + 6 + 0 = 20 \quad 9\,686 \rightarrow 9 + 6 + 8 + 6 = 29 \quad 777 \rightarrow 7 + 7 + 7 = 21$$
$$395 \rightarrow 3 + 9 + 5 = 17 \quad 4\,257 \rightarrow 4 + 2 + 5 + 7 = 18$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 7 = 15 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 3 : 18$$

Une seule solution : 837.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 270 est un multiple de 9. » **Vrai.** $270 = 9 \times 30$: le reste de la division de 270 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 59 - 8 + 4 = 51 + 4 = 55$

$$B = 8 + 49 \div 7 \times 3 = 8 + 7 \times 3 = 8 + 21 = 29$$

$$C = (4 + 2) \times 6 - 2 = 6 \times 6 - 2 = 36 - 2 = 34$$

$$D = 1,8 + 6 \times 0,5 = 1,8 + 3 = 4,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(6 + 4) \times 9 + 6 = 10 \times 9 + 6 = 90 + 6 = 96$$

$$(9 \times 3 - 3) \times 8 = (27 - 3) \times 8 = 24 \times 8 = 192$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 8 \times 95 \times 125 = 8 \times 125 \times 95 = 1\,000 \times 95 = 95\,000$$

$$F = 41 \times 99 = 41 \times (100 - 1) = 41 \times 100 - 41 \times 1 = 4\,100 - 41 = 4\,059$$

$$G = 23 \times 60 - 23 \times 50 = 23 \times (60 - 50) = 23 \times 10 = 230$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $9 \times 9 = 9^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } 3^3 = 9 \text{ » Faux. } 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27, \text{ et non } 3 \times 3.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 39 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 39 < 49 = 7^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 61 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 61 < 64 = 8^2)$$

$$71 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 71 < 81 = 9^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 2 = 3 \times 9 - 2 = 27 - 2 = 25$

$$B = (3 \times 3)^2 - 2 = 9^2 - 2 = 81 - 2 = 79$$

$$C = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$$

$$D = (2 + 4)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3x^2 - 4 = 3 \times 5^2 - 4 = 3 \times 25 - 4 = 75 - 4 = 71$$

$$B = (3x)^2 - 4 = (3 \times 5)^2 - 4 = 15^2 - 4 = 225 - 4 = 221$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 3x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 6 petits cubes sur 6 : $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

a) On voit 36 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 6 couches de 36 petits cubes : $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

b) Il a utilisé 216 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $6 - 2 = 4$ petits cubes d'arête. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

c) 64 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 3 et 62. » $\rightarrow$ encore 58 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36, 49.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 4, 16, 36.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).