



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°151



CAPU0151

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 17 et le produit de 4 par 3.
- **B** est le produit de la différence entre 17 et 4 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (5 + 1)^2 \quad D = 11 + 16 \div 4 \quad E = (3 + 13) \div 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

528 divisé par 5 1 686 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 506 par 14 ? Justifier.

$$(a) 506 = 14 \times 36 + 2 \quad (b) 506 = 14 \times 37 - 12 \quad (c) 506 = 14 \times 35 + 16$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 75 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 808					
635					
7 749					
951					
5 990					

2. Dans le nombre $21\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 4 est un diviseur de 97.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°151



CAPU0151

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 89 - 2 \times 3 \quad B = 54 \div 9 \times 3$$

$$C = (5 \times 9 - 4) \div 5 \quad D = 2 \times [37 - (4 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 7 \times 9 + 5 = 122 \quad 8 + 8 \times 4 \times 3 = 120$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 \quad F = 55 + 5,05 + 45 \quad G = 21 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 + 9 + 9 \quad 5 \times 5 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 0,4 \times 0,4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 5^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 0,2^2 = 0,4 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

16 ; 126 ; 8 ; 74 ; 52 ; 36

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 8 \quad B = (2 \times 3)^2 - 8$$

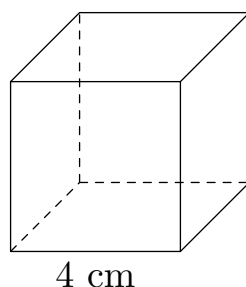
$$C = 3^2 + 6^2 \quad D = (3 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $5n^2$ pour $n = 5$, puis pour $n = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 4 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 161 et 215.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°151



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 17 - 4 \times 3 = 17 - 12 = 5$

$B = (17 - 4) \times 3 = 13 \times 3 = 39$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (5 + 1)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 5 et 1.

$D = 11 + 16 \div 4$ est une **somme** : c'est la somme de 11 et du quotient de 16 par 4.

$E = (3 + 13) \div 4$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 3 et 13 par 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 105 = 525 \leq 528 < 530 = 5 \times 106$: le quotient est 105, le reste $528 - 525 = 3$.

$528 = 5 \times 105 + 3$, avec $3 < 5$.

$12 \times 140 = 1\,680 \leq 1\,686 < 1\,692 = 12 \times 141$: le quotient est 140, le reste $1\,686 - 1\,680 = 6$.

$1\,686 = 12 \times 140 + 6$, avec $6 < 12$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $506 = 14 \times 36 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 14. ✓

(b) $506 = 14 \times 37 - 12$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $506 = 14 \times 35 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 36, reste 2.

Comme $2 < 36$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 506 par 36 : quotient 14, reste 2.

3. $75 = 12 \times 6 + 3$, avec $3 < 12$

a) Elle remplit 6 boîtes pleines.

b) Il reste 3 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 808	oui	non	non	non	non
635	non	non	oui	non	non
7 749	non	oui	non	oui	non
951	non	oui	non	non	non
5 990	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°151



CAPU0151

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\ 808 &\rightarrow 6 + 8 + 0 + 8 = 22 & 635 &\rightarrow 6 + 3 + 5 = 14 & 7\ 749 &\rightarrow 7 + 7 + 4 + 9 = 27 \\ 951 &\rightarrow 9 + 5 + 1 = 15 & 5\ 990 &\rightarrow 5 + 9 + 9 + 0 = 23 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $2 + 1 + \square = 3 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 3 ; \square = 6 : 9$$

2 solutions : 210, 216.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 333, somme des chiffres 9.

« 4 est un diviseur de 97. » **Faux.** $97 = 4 \times 24 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 89 - 2 \times 3 = 89 - 6 = 83$

$$B = 54 \div 9 \times 3 = 6 \times 3 = 18$$

$$C = (5 \times 9 - 4) \div 5 = (45 - 4) \div 5 = 41 \div 5 = 8,2$$

$$D = 2 \times [37 - (4 + 2)] = 2 \times [37 - 6] = 2 \times 31 = 62$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(6 + 7) \times 9 + 5 = 13 \times 9 + 5 = 117 + 5 = 122$$

$$(8 + 8 \times 4) \times 3 = (8 + 32) \times 3 = 40 \times 3 = 120$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 = 1,5 \times (0,8 + 0,2) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$F = 55 + 5,05 + 45 = 55 + 45 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$G = 21 \times 101 = 21 \times (100 + 1) = 21 \times 100 + 21 \times 1 = 2\ 100 + 21 = 2\ 121$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 = 5^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 52 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 52 < 64 = 8^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°151



CAPU0151

74 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 74 < 81 = 9^2$) 126 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 126 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 3^2 - 8 = 2 \times 9 - 8 = 18 - 8 = 10$

$B = (2 \times 3)^2 - 8 = 6^2 - 8 = 36 - 8 = 28$

$C = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45$

$D = (3 + 6)^2 = 9^2 = 81$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 5$: $5n^2 = 5 \times 5^2 = 5 \times 25 = 125$

Pour $n = 0,5$: $5n^2 = 5 \times 0,5^2 = 5 \times 0,25 = 1,25$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 4 petits cubes sur 4 : $4^2 = 4 \times 4 = 16$.

a) On voit 16 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 4 couches de 16 petits cubes : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

b) Il a utilisé 64 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $4 - 2 = 2$ petits cubes d'arête. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

c) 8 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 161 et 215. » $\rightarrow$ encore 53 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).