



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°152



CAPU0152

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 19 et 5 par 3.
- **B** est la différence entre 19 et le produit de 5 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 24 - 3 \times 7 \quad D = 2 \times 5^2 \quad E = 9^2 + 1^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

410 divisé par 7 2 181 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 268 par 11 ? Justifier.

$$(a) 268 = 11 \times 24 + 4 \quad (b) 268 = 11 \times 23 + 15 \quad (c) 268 = 11 \times 25 - 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collègue emmène 30 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 470					
681					
4 167					
1 246					
485					

2. Dans le nombre $60\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 147 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°152



CAPU0152

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 18 + 3 \times 4 \quad B = 7 + 15 \div 5 \times 3$$

$$C = 88 - 4 \times (12 - 4) \quad D = 8,3 + 4 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 9 - 9 - 8 = 62 \quad 2 \times 5 - 3 + 9 = 13$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 27 \times 11 \quad F = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 \quad G = 2 \times 92 \times 5$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 7 + 7 + 7 \quad 10 \times 10 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 5^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2 \times 5^2 = 10^2 \quad (1 + 2)^2 = 1^2 + 2^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

16 ; 84 ; 64 ; 27 ; 144 ; 59

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 3 \quad B = (3 \times 4)^2 - 3$$

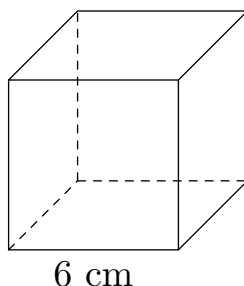
$$C = 3^2 + 2^2 \quad D = (3 + 2)^2$$

2. On pose $A = 4a^2 - 2$ et $B = (4a)^2 - 2$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 6 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 3 et 62.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Mon chiffre des unités est 5.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (19 - 5) \times 3 = 14 \times 3 = 42$

$B = 19 - 5 \times 3 = 19 - 15 = 4$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 24 - 3 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 24 et le produit de 3 par 7.

$D = 2 \times 5^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 5.

$E = 9^2 + 1^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 9 et de 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 58 = 406 \leq 410 < 413 = 7 \times 59$: le quotient est 58, le reste $410 - 406 = 4$.

$410 = 7 \times 58 + 4$, avec $4 < 7$.

$21 \times 103 = 2163 \leq 2181 < 2184 = 21 \times 104$: le quotient est 103, le reste $2181 - 2163 = 18$.

$2181 = 21 \times 103 + 18$, avec $18 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $268 = 11 \times 24 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 11. ✓

(b) $268 = 11 \times 23 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $268 = 11 \times 25 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 24, reste 4.

Comme $4 < 24$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 268 par 24 : quotient 11, reste 4.

3. $30 = 8 \times 3 + 6$

3 minibus pleins transportent 24 élèves ; il en reste 6 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $3 + 1 = 4$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 6 = 2$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 470	oui	oui	oui	non	oui
681	non	oui	non	non	non
4 167	non	oui	non	oui	non
1 246	oui	non	non	non	non
485	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$$4\ 470 \rightarrow 4 + 4 + 7 + 0 = 15 \quad 681 \rightarrow 6 + 8 + 1 = 15 \quad 4\ 167 \rightarrow 4 + 1 + 6 + 7 = 18$$

$$1\ 246 \rightarrow 1 + 2 + 4 + 6 = 13 \quad 485 \rightarrow 4 + 8 + 5 = 17$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $6 + 0 + \square = 6 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6$$

Une seule solution : 600.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 639, somme des chiffres 18.

« 147 est un multiple de 6. » **Faux.** $147 = 6 \times 24 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 18 + 3 \times 4 = 18 + 12 = 30$

$$B = 7 + 15 \div 5 \times 3 = 7 + 3 \times 3 = 7 + 9 = 16$$

$$C = 88 - 4 \times (12 - 4) = 88 - 4 \times 8 = 88 - 32 = 56$$

$$D = 8,3 + 4 \times 0,2 = 8,3 + 0,8 = 9,1$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times 9 - (9 - 8) = 7 \times 9 - 1 = 63 - 1 = 62$$

$$2 \times (5 - 3) + 9 = 2 \times 2 + 9 = 4 + 9 = 13$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 27 \times 11 = 27 \times (10 + 1) = 27 \times 10 + 27 \times 1 = 270 + 27 = 297$$

$$F = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 = 4,5 \times (0,25 + 0,75) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$G = 2 \times 92 \times 5 = 2 \times 5 \times 92 = 10 \times 92 = 920$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $10 \times 10 = 10^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $7^3 = 343$.

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $2 \times 5^2 = 10^2$ » **Faux**. $2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$, alors que $10^2 = 100$. Le carré ne porte que sur 5.

« $(1 + 2)^2 = 1^2 + 2^2$ » **Faux**. $(1 + 2)^2 = 3^2 = 9$, alors que $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$16 = 4^2$: **carré** $27 = 3^3$: **cube**

59 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 59 < 64 = 8^2$) $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** !

84 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 84 < 100 = 10^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 3 = 3 \times 16 - 3 = 48 - 3 = 45$

$B = (3 \times 4)^2 - 3 = 12^2 - 3 = 144 - 3 = 141$

$C = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$

$D = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 4a^2 - 2 = 4 \times 2^2 - 2 = 4 \times 4 - 2 = 16 - 2 = 14$

$B = (4a)^2 - 2 = (4 \times 2)^2 - 2 = 8^2 - 2 = 64 - 2 = 62$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit $4a$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 6 petits cubes sur 6 : $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

a) On voit 36 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 6 couches de 36 petits cubes : $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

b) Il a utilisé 216 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $6 - 2 = 4$ petits cubes d'arête. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

c) 64 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 3 et 62. » $\rightarrow$ encore 58 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36, 49.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 4, 16, 25, 49.

« Mon chiffre des unités est 5. » $\rightarrow$ reste : 25.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°152



Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).