



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°153



CAPU0153

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 9 et le produit de 2 par 2.
- **B** est le produit de la différence entre 9 et 2 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 4^2 + 9^2 \quad \mathbf{D} = 5 \times (12 - 7) \quad \mathbf{E} = 22 - 2 \times 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

610 divisé par 8 467 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 280 par 15 ? Justifier.

$$(a) 280 = 15 \times 19 - 5 \quad (b) 280 = 15 \times 17 + 25 \quad (c) 280 = 15 \times 18 + 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 170 pages. Nina en lit 30 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
237					
8 474					
125					
2 980					
3 717					

2. Dans le nombre $4\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 150.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°153



CAPU0153

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 52 - 3 \times 2 \quad B = 4 \times 3 - 2 \times 6$$

$$C = (6 \times 5 - 2) \div 5 \quad D = 5 \times [27 - (8 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 3 \times 2 \times 5 = 40 \quad 8 - 7 + 4 \times 3 = 15$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7 \quad F = 35 \times 99 \quad G = 2 \times 32 \times 5$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 5 \times 5 \quad 4 + 4 + 4 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 8^2 = 16 \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 127 ; 27 ; 12 ; 36 ; 25

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 5 \quad B = (4 \times 3)^2 - 5$$

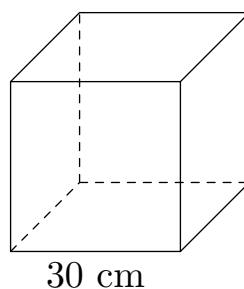
$$C = 6^2 + 3^2 \quad D = (6 + 3)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 10 = 7x$ est-elle vraie pour $x = 2$? Pour $x = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 30 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 36.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°153



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 9 - 2 \times 2 = 9 - 4 = 5$

$B = (9 - 2) \times 2 = 7 \times 2 = 14$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4^2 + 9^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 4 et de 9.

$D = 5 \times (12 - 7)$ est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 12 et 7.

$E = 22 - 2 \times 4$ est une **différence** : c'est la différence entre 22 et le produit de 2 par 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 76 = 608 \leq 610 < 616 = 8 \times 77$: le quotient est 76, le reste $610 - 608 = 2$.

$610 = 8 \times 76 + 2$, avec $2 < 8$.

$16 \times 29 = 464 \leq 467 < 480 = 16 \times 30$: le quotient est 29, le reste $467 - 464 = 3$.

$467 = 16 \times 29 + 3$, avec $3 < 16$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $280 = 15 \times 19 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $280 = 15 \times 17 + 25$: le « reste » 25 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(c) $280 = 15 \times 18 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 15. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 18, reste 10.

Comme $10 < 18$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 280 par 18 : quotient 15, reste 10.

3. $170 = 30 \times 5 + 20$

En 5 soirs, elle lit 150 pages ; il lui en reste encore 20.

a) **Il lui faut $5 + 1 = 6$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 20 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
237	non	oui	non	non	non
8 474	oui	non	non	non	non
125	non	non	oui	non	non
2 980	oui	non	oui	non	oui
3 717	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°153



CAPU0153

Sommes des chiffres :

$$237 \rightarrow 2 + 3 + 7 = 12 \quad 8\,474 \rightarrow 8 + 4 + 7 + 4 = 23 \quad 125 \rightarrow 1 + 2 + 5 = 8$$
$$2\,980 \rightarrow 2 + 9 + 8 + 0 = 19 \quad 3\,717 \rightarrow 3 + 7 + 1 + 7 = 18$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 3 = 7 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 2 : 9$$

Une seule solution : 423.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais $13 = 3 \times 4 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 5 est un diviseur de 150. » **Vrai.** $150 = 5 \times 30$: le reste de la division de 150 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 52 - 3 \times 2 = 52 - 6 = 46$

$$B = 4 \times 3 - 2 \times 6 = 12 - 12 = 0$$

$$C = (6 \times 5 - 2) \div 5 = (30 - 2) \div 5 = 28 \div 5 = 5,6$$

$$D = 5 \times [27 - (8 + 2)] = 5 \times [27 - 10] = 5 \times 17 = 85$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(2 + 3 \times 2) \times 5 = (2 + 6) \times 5 = 8 \times 5 = 40$$

$$(8 - 7 + 4) \times 3 = (1 + 4) \times 3 = 5 \times 3 = 15$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7 = 12,5 \times (1,3 + 8,7) = 12,5 \times 10 = 125$$

$$F = 35 \times 99 = 35 \times (100 - 1) = 35 \times 100 - 35 \times 1 = 3\,500 - 35 = 3\,465$$

$$G = 2 \times 32 \times 5 = 2 \times 5 \times 32 = 10 \times 32 = 320$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $5 \times 5 = 5^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 8^2 = 16 \text{ » Faux. } 8^2 = 8 \times 8 = 64. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 8 \times 2 = 16, \text{ c'est le double.}$$

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$12 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 12 < 16 = 4^2) \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 127 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 127 < 144 = 12^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 5 = 4 \times 9 - 5 = 36 - 5 = 31$

$$B = (4 \times 3)^2 - 5 = 12^2 - 5 = 144 - 5 = 139$$

$$C = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$$

$$D = (6 + 3)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 2 : x^2 + 10 = 2^2 + 10 = 4 + 10 = 14 \text{ et } 7x = 7 \times 2 = 14.$$

14 = 14 : l'égalité est vraie pour $x = 2$.

$$\text{Pour } x = 1 : x^2 + 10 = 1^2 + 10 = 1 + 10 = 11 \text{ et } 7x = 7 \times 1 = 7.$$

11 $\neq$ 7 : l'égalité est fausse pour $x = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 5$, et seulement pour 2 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. $V = 30^3 = 30 \times 30 \times 30 = 27\,000$

a) Le volume est de 27 000 cm³.

$$\text{Un cube de 10 cm d'arête a pour volume } 10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L.}$$

$$27\,000 \div 1\,000 = 27$$

b) L'aquarium contient 27 litres.

Autre façon de voir : 30 cm, c'est 3 fois 10 cm ; on range $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 36. » $\rightarrow$ encore 34 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Mon chiffre des unités est 7. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).