



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°154



CAPU0154

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 7 et 4.
- **B** est la somme des carrés de 7 et de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 12^2 - 16 \quad \mathbf{D} = (8 + 8) \times 9 \quad \mathbf{E} = (2 \times 5)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

402 divisé par 9 434 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 299 par 11 ? Justifier.

$$(a) 299 = 11 \times 27 + 2 \quad (b) 299 = 11 \times 26 + 13 \quad (c) 299 = 11 \times 28 - 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 171 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
115					
3 194					
1 899					
681					
2 590					

2. Dans le nombre $84\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 140 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°154



CAPU0154

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 29 + 3 \times 5 \quad B = 12 \div 2 \times 4$$

$$C = (8 \times 7 - 7) \div 4 \quad D = 2 \times [20 - (4 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 3 + 3 \times 4 = 44 \quad 8 \times 4 + 6 + 3 = 83$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 20 \times 11 \quad F = 8 \times 71 \times 125 \quad G = 18 \times 58 + 18 \times 42$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$12 \times 12 \quad 3 + 3 + 3 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$9^2 = 18 \quad 1^3 = 1 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

$$102; 81; 126; 121; 64; 27$$

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 4 \quad B = (3 \times 6)^2 - 4$$

$$C = 6^2 + 3^2 \quad D = (6 + 3)^2$$

2. Calculer l'expression $(n + 8)^2$ pour $n = 6$, puis pour $n = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 67 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 5 et 23.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°154



CAPU0154

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (7 + 4)^2 = 11^2 = 121$

$B = 7^2 + 4^2 = 49 + 16 = 65$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 12^2 - 16$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 12 et 16.

$D = (8 + 8) \times 9$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 8 et 8 par 9.

$E = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 44 = 396 \leq 402 < 405 = 9 \times 45$: le quotient est 44, le reste $402 - 396 = 6$.

$402 = 9 \times 44 + 6$, avec $6 < 9$.

$16 \times 27 = 432 \leq 434 < 448 = 16 \times 28$: le quotient est 27, le reste $434 - 432 = 2$.

$434 = 16 \times 27 + 2$, avec $2 < 16$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $299 = 11 \times 27 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 11. ✓

(b) $299 = 11 \times 26 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $299 = 11 \times 28 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 27, reste 2.

Comme $2 < 27$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 299 par 27 : quotient 11, reste 2.

3. $171 = 6 \times 28 + 3$, avec $3 < 6$

a) Elle remplit 28 boîtes pleines.

b) Il reste 3 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
115	non	non	oui	non	non
3 194	oui	non	non	non	non
1 899	non	oui	non	oui	non
681	non	oui	non	non	non
2 590	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°154



CAPU0154

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 115 &\rightarrow 1 + 1 + 5 = 7 & 3\,194 &\rightarrow 3 + 1 + 9 + 4 = 17 & 1\,899 &\rightarrow 1 + 8 + 9 + 9 = 27 \\ 681 &\rightarrow 6 + 8 + 1 = 15 & 2\,590 &\rightarrow 2 + 5 + 9 + 0 = 16 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $8 + 4 + \square = 12 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12$$

Une seule solution : 840.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 909, somme des chiffres 18.

« 140 est un multiple de 5. » **Vrai.** $140 = 5 \times 28$: le reste de la division de 140 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 29 + 3 \times 5 = 29 + 15 = 44$

$$B = 12 \div 2 \times 4 = 6 \times 4 = 24$$

$$C = (8 \times 7 - 7) \div 4 = (56 - 7) \div 4 = 49 \div 4 = 12,25$$

$$D = 2 \times [20 - (4 + 8)] = 2 \times [20 - 12] = 2 \times 8 = 16$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(5 + 3 + 3) \times 4 = (8 + 3) \times 4 = 11 \times 4 = 44$$

$$8 \times (4 + 6) + 3 = 8 \times 10 + 3 = 80 + 3 = 83$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 20 \times 11 = 20 \times (10 + 1) = 20 \times 10 + 20 \times 1 = 200 + 20 = 220$$

$$F = 8 \times 71 \times 125 = 8 \times 125 \times 71 = 1\,000 \times 71 = 71\,000$$

$$G = 18 \times 58 + 18 \times 42 = 18 \times (58 + 42) = 18 \times 100 = 1\,800$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $9^2 = 18$ » **Faux.** $9^2 = 9 \times 9 = 81$. L'exposant ne multiplie pas : $9 \times 2 = 18$, c'est le double.

« $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$, qui n'est le carré d'aucun entier ($6^2 = 36$ et $7^2 = 49$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 102 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 102 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°154



CAPU0154

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 126 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 126 < 144 = 12^2)$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 4 = 3 \times 36 - 4 = 108 - 4 = 104$

$$B = (3 \times 6)^2 - 4 = 18^2 - 4 = 324 - 4 = 320$$

$$C = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$$

$$D = (6 + 3)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 6 : (n + 8)^2 = (6 + 8)^2 = 14^2 = 196$$

$$\text{Pour } n = 0,5 : (n + 8)^2 = (0,5 + 8)^2 = 8,5^2 = 72,25$$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 67 :

$$8^2 = 64 \leq 67 \text{ et } 9^2 = 81 > 67.$$

a) **Elle mettra 8 dalles sur chaque côté.**

$$67 - 64 = 3$$

b) **Il lui restera 3 dalles.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 5 et 23. » $\rightarrow$ encore 17 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 9, 16.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).