



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°155



CAPU0155

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 36 et 48 par 6.
- **B** est la somme de 36 et du quotient de 48 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (3 + 1)^3 \quad \mathbf{D} = 14 - 2 \times 6 \quad \mathbf{E} = 4 + 35 \div 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

598 divisé par 8 551 divisé par 17

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 296 par 14 ? Justifier.

$$(a) 296 = 14 \times 22 - 12 \quad (b) 296 = 14 \times 20 + 16 \quad (c) 296 = 14 \times 21 + 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes vendredi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 87 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 87 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
507					
325					
9 278					
9 140					
4 401					

2. Dans le nombre $28\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 60.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°155



CAPU0155

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 88 - 5 \times 2 \quad B = 15 + 63 \div 9 \times 4$$

$$C = 55 - 5 \times (16 - 8) \quad D = 5,9 + 3 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 - 5 + 8 - 9 = 3 \quad 8 + 7 \times 4 - 7 = 53$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 43 \times 23 + 43 \times 77 \quad F = 38 \times 9 \quad G = 5 \times 89 \times 20$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 5 + 5 + 5 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 8 \times 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 3^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 0,2^2 = 0,4 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

125 ; 101 ; 121 ; 64 ; 52 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 3 \quad B = (3 \times 6)^2 - 3$$

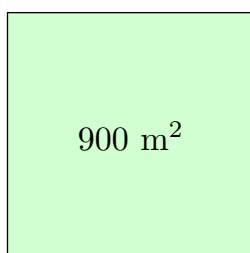
$$C = 4^2 + 5^2 \quad D = (4 + 5)^2$$

2. On pose $A = 5x^2 - 8$ et $B = (5x)^2 - 8$. Calculer A et B pour $x = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 900 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 22.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°155



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (36 + 48) \div 6 = 84 \div 6 = 14$

$B = 36 + 48 \div 6 = 36 + 8 = 44$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 1.

$D = 14 - 2 \times 6$ est une **différence** : c'est la différence entre 14 et le produit de 2 par 6.

$E = 4 + 35 \div 5$ est une **somme** : c'est la somme de 4 et du quotient de 35 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 74 = 592 \leq 598 < 600 = 8 \times 75$: le quotient est 74, le reste $598 - 592 = 6$.

$598 = 8 \times 74 + 6$, avec $6 < 8$.

$17 \times 32 = 544 \leq 551 < 561 = 17 \times 33$: le quotient est 32, le reste $551 - 544 = 7$.

$551 = 17 \times 32 + 7$, avec $7 < 17$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $296 = 14 \times 22 - 12$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $296 = 14 \times 20 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(c) $296 = 14 \times 21 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 14. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 21, reste 2.

Comme $2 < 21$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 296 par 21 : quotient 14, reste 2.

3. $87 = 7 \times 12 + 3$

a) 87 jours font 12 semaines complètes et 3 jours.

Après 12 semaines complètes, on est de nouveau vendredi. Il reste à avancer de 3 jours : vendredi → samedi → dimanche → lundi.

b) Dans 87 jours, nous serons lundi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
507	non	oui	non	non	non
325	non	non	oui	non	non
9 278	oui	non	non	non	non
9 140	oui	non	oui	non	oui
4 401	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°155



CAPU0155

Sommes des chiffres :

$$507 \rightarrow 5 + 0 + 7 = 12 \quad 325 \rightarrow 3 + 2 + 5 = 10 \quad 9\,278 \rightarrow 9 + 2 + 7 + 8 = 26$$

$$9\,140 \rightarrow 9 + 1 + 4 + 0 = 14 \quad 4\,401 \rightarrow 4 + 4 + 0 + 1 = 9$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $2 + 8 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 15$$

Une seule solution : 285.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 43 se termine par 3, mais $43 = 3 \times 14 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 3 est un diviseur de 60. » **Vrai.** $60 = 3 \times 20$: le reste de la division de 60 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 88 - 5 \times 2 = 88 - 10 = 78$

$$B = 15 + 63 \div 9 \times 4 = 15 + 7 \times 4 = 15 + 28 = 43$$

$$C = 55 - 5 \times (16 - 8) = 55 - 5 \times 8 = 55 - 40 = 15$$

$$D = 5,9 + 3 \times 0,5 = 5,9 + 1,5 = 7,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 - (5 + 8 - 9) = 7 - (13 - 9) = 7 - 4 = 3$$

$$(8 + 7) \times 4 - 7 = 15 \times 4 - 7 = 60 - 7 = 53$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 43 \times 23 + 43 \times 77 = 43 \times (23 + 77) = 43 \times 100 = 4\,300$$

$$F = 38 \times 9 = 38 \times (10 - 1) = 38 \times 10 - 38 \times 1 = 380 - 38 = 342$$

$$G = 5 \times 89 \times 20 = 5 \times 20 \times 89 = 100 \times 89 = 8\,900$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $8 \times 8 = 8^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$, qui n'est le carré d'aucun entier ($6^2 = 36$ et $7^2 = 49$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 52 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 52 < 64 = 8^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 101 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 101 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°155



CAPU0155

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 3 = 3 \times 36 - 3 = 108 - 3 = 105$

$$B = (3 \times 6)^2 - 3 = 18^2 - 3 = 324 - 3 = 321$$

$$C = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$$

$$D = (4 + 5)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5x^2 - 8 = 5 \times 5^2 - 8 = 5 \times 25 - 8 = 125 - 8 = 117$$

$$B = (5x)^2 - 8 = (5 \times 5)^2 - 8 = 25^2 - 8 = 625 - 8 = 617$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 5x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 900 : $30 \times 30 = 900$, c'est-à-dire $30^2 = 900$.

a) Le côté mesure 30 m.

$$4 \times 30 = 120$$

b) Le périmètre est de 120 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est côté², son périmètre $4 \times$ côté.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 22. » $\rightarrow$ encore 20 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 4, 16.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).