



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°156



CAPU0156

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 21 et 3 par 5.
- **B** est la différence entre 21 et le produit de 3 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5 \times 2^2 - 18 \quad \mathbf{D} = (2 \times 6)^2 \quad \mathbf{E} = (10 + 6) \div 8$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$778 \text{ divisé par } 9 \quad 732 \text{ divisé par } 22$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 311 par 10 ? Justifier.

$$(a) 311 = 10 \times 30 + 11 \quad (b) 311 = 10 \times 31 + 1 \quad (c) 311 = 10 \times 32 - 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 5 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 448					
177					
5 400					
1 683					
625					

2. Dans le nombre $89\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 3 est un diviseur de 81.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°156



CAPU0156

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 77 - 2 \times 6 \quad B = 81 \div 9 \times 3$$

$$C = (10 + 6) \times 5 - 7 \quad D = [5 + 4 \times (9 - 5)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 8 \times 2 + 5 = 58 \quad 8 - 4 - 2 + 4 = 10$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 44 + 7,8 + 56 \quad F = 23 \times 11 \quad G = 32 \times 39 + 32 \times 61$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 + 6 + 6 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 7 \times 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 3^3 = 9 \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

27 ; 64 ; 32 ; 100 ; 81 ; 52

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 6^2 - 8 \quad B = (5 \times 6)^2 - 8$$

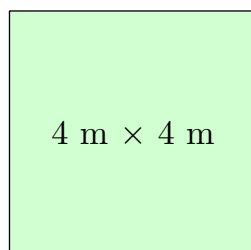
$$C = 1^2 + 4^2 \quad D = (1 + 4)^2$$

2. On pose $A = 3x^2 - 5$ et $B = (3x)^2 - 5$. Calculer A et B pour $x = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 4 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 84 et 129.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°156



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (21 - 3) \times 5 = 18 \times 5 = 90$

$B = 21 - 3 \times 5 = 21 - 15 = 6$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 \times 2^2 - 18$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 2 et 18.

$D = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

$E = (10 + 6) \div 8$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 10 et 6 par 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 86 = 774 \leq 778 < 783 = 9 \times 87$: le quotient est 86, le reste $778 - 774 = 4$.

$778 = 9 \times 86 + 4$, avec $4 < 9$.

$22 \times 33 = 726 \leq 732 < 748 = 22 \times 34$: le quotient est 33, le reste $732 - 726 = 6$.

$732 = 22 \times 33 + 6$, avec $6 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $311 = 10 \times 30 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(b) $311 = 10 \times 31 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 10. ✓

(c) $311 = 10 \times 32 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 31, reste 1.

Comme $1 < 31$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 311 par 31 : quotient 10, reste 1.

3. $108 = 5 \times 21 + 3$, avec $3 < 5$

a) Chaque joueur reçoit 21 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 5 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 448	oui	non	non	non	non
177	non	oui	non	non	non
5 400	oui	oui	oui	oui	oui
1 683	non	oui	non	oui	non
625	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°156



CAPU0156

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 9\,448 &\rightarrow 9 + 4 + 4 + 8 = 25 & 177 &\rightarrow 1 + 7 + 7 = 15 & 5\,400 &\rightarrow 5 + 4 + 0 + 0 = 9 \\ 1\,683 &\rightarrow 1 + 6 + 8 + 3 = 18 & 625 &\rightarrow 6 + 2 + 5 = 13 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $8 + 9 + \square = 17 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 21$$

Une seule solution : 894.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 3 est un diviseur de 81. » **Vrai.** $81 = 3 \times 27$: le reste de la division de 81 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 77 - 2 \times 6 = 77 - 12 = 65$

$$B = 81 \div 9 \times 3 = 9 \times 3 = 27$$

$$C = (10 + 6) \times 5 - 7 = 16 \times 5 - 7 = 80 - 7 = 73$$

$$D = [5 + 4 \times (9 - 5)] \div 2 = [5 + 4 \times 4] \div 2 = [5 + 16] \div 2 = 21 \div 2 = 10,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 + 8 \times (2 + 5) = 2 + 8 \times 7 = 2 + 56 = 58$$

$$8 - (4 - 2) + 4 = 8 - 2 + 4 = 6 + 4 = 10$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 44 + 7,8 + 56 = 44 + 56 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$F = 23 \times 11 = 23 \times (10 + 1) = 23 \times 10 + 23 \times 1 = 230 + 23 = 253$$

$$G = 32 \times 39 + 32 \times 61 = 32 \times (39 + 61) = 32 \times 100 = 3\,200$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $7 \times 7 = 7^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 3^3 = 9 \text{ » Faux. } 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27, \text{ et non } 3 \times 3.$$

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 32 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 32 < 36 = 6^2)$$

$$52 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 52 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°156



CAPU0156

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 6^2 - 8 = 5 \times 36 - 8 = 180 - 8 = 172$

$$B = (5 \times 6)^2 - 8 = 30^2 - 8 = 900 - 8 = 892$$

$$C = 1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$$

$$D = (1 + 4)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3x^2 - 5 = 3 \times 2^2 - 5 = 3 \times 4 - 5 = 12 - 5 = 7$$

$$B = (3x)^2 - 5 = (3 \times 2)^2 - 5 = 6^2 - 5 = 36 - 5 = 31$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 3x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$$4 \times 5 = 20$$

a) Il faut 20 carreaux le long d'un côté.

$$20 \text{ rangées de } 20 \text{ carreaux : } 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

b) Il faut 400 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 84 et 129. » $\rightarrow$ encore 44 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).