



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°157



CAPU0157

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 25 et du quotient de 20 par 5.
- **B** est le quotient de la somme de 25 et 20 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (25 + 39) \div 8 \quad D = 5^2 + 2^2 \quad E = (2 \times 6)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

273 divisé par 6 760 divisé par 11

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 325 par 11 ? Justifier.

$$(a) 325 = 11 \times 29 + 6 \quad (b) 325 = 11 \times 28 + 17 \quad (c) 325 = 11 \times 30 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 32 cartes entre 6 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
147					
515					
9 711					
4 290					
5 314					

2. Dans le nombre $86\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 7 est un diviseur de 148.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°157



CAPU0157

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 22 + 5 \times 6 \quad B = 3 + 12 \div 2 \times 4$$

$$C = (5 + 8) \times 3 - 9 \quad D = 8,5 + 6 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 2 + 3 \times 3 = 20 \quad 9 \times 9 + 7 - 6 = 90$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 86 + 5,05 + 14 \quad F = 45 \times 9 \quad G = 26 \times 11 + 26 \times 89$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 8 + 8 + 8 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 7 \times 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 4^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad (4 + 1)^2 = 4^2 + 1^2 \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 49 ; 144 ; 96 ; 109 ; 50

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 7 \quad B = (5 \times 4)^2 - 7$$

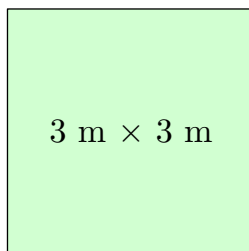
$$C = 6^2 + 5^2 \quad D = (6 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $a^2 + 6a$ pour $a = 3$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 3 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 19 et 66.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 25 + 20 \div 5 = 25 + 4 = 29$

$$B = (25 + 20) \div 5 = 45 \div 5 = 9$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (25 + 39) \div 8$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 25 et 39 par 8.

$$D = 5^2 + 2^2$$
 est une **somme** : c'est la somme des carrés de 5 et de 2.

$$E = (2 \times 6)^2$$
 est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 45 = 270 \leq 273 < 276 = 6 \times 46$: le quotient est 45, le reste $273 - 270 = 3$.

$$273 = 6 \times 45 + 3, \text{ avec } 3 < 6.$$

$$11 \times 69 = 759 \leq 760 < 770 = 11 \times 70$$
 : le quotient est 69, le reste $760 - 759 = 1$.

$$760 = 11 \times 69 + 1, \text{ avec } 1 < 11.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $325 = 11 \times 29 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 11. ✓

(b) $325 = 11 \times 28 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $325 = 11 \times 30 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 29, reste 6.

Comme $6 < 29$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 325 par 29 : quotient 11, reste 6.

3. $32 = 6 \times 5 + 2$, avec $2 < 6$

a) Chaque joueur reçoit 5 cartes.

b) La pioche contient 2 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 6 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
147	non	oui	non	non	non
515	non	non	oui	non	non
9 711	non	oui	non	oui	non
4 290	oui	oui	oui	non	oui
5 314	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°157



CAPU0157

Sommes des chiffres :

$$147 \rightarrow 1 + 4 + 7 = 12 \quad 515 \rightarrow 5 + 1 + 5 = 11 \quad 9\,711 \rightarrow 9 + 7 + 1 + 1 = 18$$

$$4\,290 \rightarrow 4 + 2 + 9 + 0 = 15 \quad 5\,314 \rightarrow 5 + 3 + 1 + 4 = 13$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $8 + 6 + \square = 14 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 18$$

Une seule solution : 864.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 909, somme des chiffres 18.

« 7 est un diviseur de 148. » **Faux.** $148 = 7 \times 21 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 22 + 5 \times 6 = 22 + 30 = 52$

$$B = 3 + 12 \div 2 \times 4 = 3 + 6 \times 4 = 3 + 24 = 27$$

$$C = (5 + 8) \times 3 - 9 = 13 \times 3 - 9 = 39 - 9 = 30$$

$$D = 8,5 + 6 \times 2,5 = 8,5 + 15 = 23,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 + (2 + 3) \times 3 = 5 + 5 \times 3 = 5 + 15 = 20$$

$$9 \times (9 + 7 - 6) = 9 \times (16 - 6) = 9 \times 10 = 90$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 86 + 5,05 + 14 = 86 + 14 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$F = 45 \times 9 = 45 \times (10 - 1) = 45 \times 10 - 45 \times 1 = 450 - 45 = 405$$

$$G = 26 \times 11 + 26 \times 89 = 26 \times (11 + 89) = 26 \times 100 = 2\,600$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $7 \times 7 = 7^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } (4 + 1)^2 = 4^2 + 1^2 \text{ » Faux. } (4 + 1)^2 = 5^2 = 25, \text{ alors que } 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17.$$

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 50 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 50 < 64 = 8^2)$$

$$96 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 96 < 100 = 10^2) \quad 109 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 109 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°157



CAPU0157

$$144 = 12^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 5 \times 4^2 - 7 = 5 \times 16 - 7 = 80 - 7 = 73$$

$$B = (5 \times 4)^2 - 7 = 20^2 - 7 = 400 - 7 = 393$$

$$C = 6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$$

$$D = (6 + 5)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 3 : a^2 + 6a = 3^2 + 6 \times 3 = 9 + 6 \times 3 = 9 + 18 = 27$$

$$\text{Pour } a = 10 : a^2 + 6a = 10^2 + 6 \times 10 = 100 + 6 \times 10 = 100 + 60 = 160$$

Exercice 7 — Correction

1. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$$3 \times 2 = 6$$

a) **Il faut 6 carreaux le long d'un côté.**

$$6 \text{ rangées de } 6 \text{ carreaux} : 6^2 = 6 \times 6 = 36$$

b) **Il faut 36 carreaux en tout.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 19 et 66. » $\rightarrow$ encore 46 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 25, 36, 49, 64.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).