



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°158



CAPU0158

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 7 et de 1.
- **B** est le carré de la somme de 7 et 1.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (1 + 2)^3 \quad \mathbf{D} = 2 \times (6 - 5) \quad \mathbf{E} = (6 + 39) \div 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$422 \text{ divisé par } 6 \quad 773 \text{ divisé par } 28$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 111 par 8 ? Justifier.

$$(a) 111 = 8 \times 12 + 15 \quad (b) 111 = 8 \times 13 + 7 \quad (c) 111 = 8 \times 14 - 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 52 cartes entre 6 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 888					
655					
111					
3 069					
4 960					

2. Dans le nombre $9\square 1$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 180 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°158



CAPU0158

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 25 + 8 \times 7 \quad B = 40 \div 5 \times 3$$

$$C = 91 - 2 \times (11 - 3) \quad D = 3 \times [25 - (2 + 6)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 2 \times 4 - 5 = 11 \quad 9 \times 9 - 8 \times 3 = 27$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 3,6 \times 0,4 + 3,6 \times 0,6 \quad F = 47 \times 99 \quad G = 22 + 3,45 + 78$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 5 + 5 + 5 \quad 8 \times 8 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 5^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4^2 = 8 \quad 0^2 = 0 \quad (4 + 5)^2 = 4^2 + 5^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

8 ; 110 ; 64 ; 144 ; 91 ; 36

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 3 \quad B = (4 \times 2)^2 - 3$$

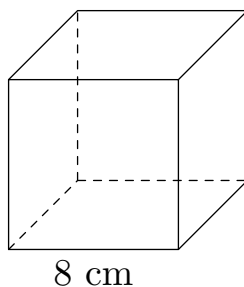
$$C = 3^2 + 4^2 \quad D = (3 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $n^2 - 2n + 3$ pour $n = 4$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 8 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 110 et 161.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°158



CAPU0158

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 7^2 + 1^2 = 49 + 1 = 50$

$B = (7 + 1)^2 = 8^2 = 64$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (1 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 2.

$D = 2 \times (6 - 5)$ est un **produit** : c'est le produit de 2 par la différence entre 6 et 5.

$E = (6 + 39) \div 9$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 6 et 39 par 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 70 = 420 \leq 422 < 426 = 6 \times 71$: le quotient est 70, le reste $422 - 420 = 2$.

$422 = 6 \times 70 + 2$, avec $2 < 6$.

$28 \times 27 = 756 \leq 773 < 784 = 28 \times 28$: le quotient est 27, le reste $773 - 756 = 17$.

$773 = 28 \times 27 + 17$, avec $17 < 28$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $111 = 8 \times 12 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(b) $111 = 8 \times 13 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 8. ✓

(c) $111 = 8 \times 14 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 13, reste 7.

Comme $7 < 13$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 111 par 13 : quotient 8, reste 7.

3. $52 = 6 \times 8 + 4$, avec $4 < 6$

a) Chaque joueur reçoit 8 cartes.

b) La pioche contient 4 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 6 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 888	oui	non	non	non	non
655	non	non	oui	non	non
111	non	oui	non	non	non
3 069	non	oui	non	oui	non
4 960	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°158



CAPU0158

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 7\ 888 \rightarrow 7 + 8 + 8 + 8 = 31 & 655 \rightarrow 6 + 5 + 5 = 16 & 111 \rightarrow 1 + 1 + 1 = 3 \\ 3\ 069 \rightarrow 3 + 0 + 6 + 9 = 18 & 4\ 960 \rightarrow 4 + 9 + 6 + 0 = 19 & \end{array}$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 1 = 10 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 8 : 18$$

Une seule solution : 981.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 180 est un multiple de 6. » **Vrai.** $180 = 6 \times 30$: le reste de la division de 180 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 25 + 8 \times 7 = 25 + 56 = 81$

$$B = 40 \div 5 \times 3 = 8 \times 3 = 24$$

$$C = 91 - 2 \times (11 - 3) = 91 - 2 \times 8 = 91 - 16 = 75$$

$$D = 3 \times [25 - (2 + 6)] = 3 \times [25 - 8] = 3 \times 17 = 51$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(2 + 2) \times 4 - 5 = 4 \times 4 - 5 = 16 - 5 = 11$$

$$9 \times (9 - 8) \times 3 = 9 \times 1 \times 3 = 9 \times 3 = 27$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 3,6 \times 0,4 + 3,6 \times 0,6 = 3,6 \times (0,4 + 0,6) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$F = 47 \times 99 = 47 \times (100 - 1) = 47 \times 100 - 47 \times 1 = 4\ 700 - 47 = 4\ 653$$

$$G = 22 + 3,45 + 78 = 22 + 78 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $8 \times 8 = 8^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $4^2 = 8$ » **Faux.** $4^2 = 4 \times 4 = 16$. L'exposant ne multiplie pas : $4 \times 2 = 8$, c'est le double.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } (4 + 5)^2 = 4^2 + 5^2 \text{ » Faux. } (4 + 5)^2 = 9^2 = 81, \text{ alors que } 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 91 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 91 < 100 = 10^2)$$

$$110 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 110 < 121 = 11^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°158



CAPU0158

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 3 = 4 \times 4 - 3 = 16 - 3 = 13$

$$B = (4 \times 2)^2 - 3 = 8^2 - 3 = 64 - 3 = 61$$

$$C = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$D = (3 + 4)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 4 : n^2 - 2n + 3 = 4^2 - 2 \times 4 + 3 = 16 - 2 \times 4 + 3 = 16 - 8 + 3 = 8 + 3 = 11$$

$$\text{Pour } n = 10 : n^2 - 2n + 3 = 10^2 - 2 \times 10 + 3 = 100 - 2 \times 10 + 3 = 100 - 20 + 3 = 80 + 3 = 83$$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 8 petits cubes sur 8 : $8^2 = 8 \times 8 = 64$.

a) On voit 64 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 8 couches de 64 petits cubes : $8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$.

b) Il a utilisé 512 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $8 - 2 = 6$ petits cubes d'arête. $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

c) 216 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 110 et 161. » $\rightarrow$ encore 50 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).