



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°159



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 19 et 5 par 3.
- **B** est la différence entre 19 et le produit de 5 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 4 \times 7^2 - 9 \quad D = 2 \times 5^2 \quad E = (4 + 6) \div 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

609 divisé par 6 542 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 136 par 7 ? Justifier.

$$(a) 136 = 7 \times 20 - 4 \quad (b) 136 = 7 \times 19 + 3 \quad (c) 136 = 7 \times 18 + 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 82 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
935					
7 138					
5 520					
3 771					
291					

2. Dans le nombre $43\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 258 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°159



CAPU0159

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 70 - 5 \times 4 \quad B = 10 \div 5 \times 4$$

$$C = 53 - 2 \times (20 - 7) \quad D = [3 + 6 \times (7 - 4)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 9 - 8 - 7 = 17 \quad 7 + 4 \times 6 + 2 = 39$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 8 \times 42 \times 125 \quad F = 46 \times 24 - 46 \times 14 \quad G = 35 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 + 2 + 2 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 9 \times 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(4 + 1)^2 = 4^2 + 1^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad 2^3 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

62 ; 36 ; 121 ; 27 ; 149 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 7 \quad B = (4 \times 2)^2 - 7$$

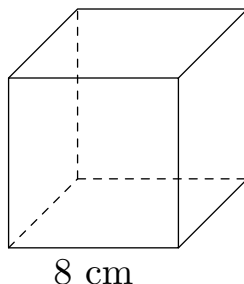
$$C = 4^2 + 1^2 \quad D = (4 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $x^3 + 6$ pour $x = 3$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 8 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 34 et 77.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.

Mon chiffre des unités est 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (19 - 5) \times 3 = 14 \times 3 = 42$

$B = 19 - 5 \times 3 = 19 - 15 = 4$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4 \times 7^2 - 9$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 7 et 9.

$D = 2 \times 5^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 5.

$E = (4 + 6) \div 5$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 4 et 6 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 101 = 606 \leq 609 < 612 = 6 \times 102$: le quotient est 101, le reste $609 - 606 = 3$.

$609 = 6 \times 101 + 3$, avec $3 < 6$.

$26 \times 20 = 520 \leq 542 < 546 = 26 \times 21$: le quotient est 20, le reste $542 - 520 = 22$.

$542 = 26 \times 20 + 22$, avec $22 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $136 = 7 \times 20 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $136 = 7 \times 19 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $136 = 7 \times 18 + 10$: le « reste » 10 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 19, reste 3.

Comme $3 < 19$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 136 par 19 : quotient 7, reste 3.

3. $82 = 6 \times 13 + 4$, avec $4 < 6$

a) Elle remplit 13 boîtes pleines.

b) Il reste 4 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
935	non	non	oui	non	non
7 138	oui	non	non	non	non
5 520	oui	oui	oui	non	oui
3 771	non	oui	non	oui	non
291	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°159



CAPU0159

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 935 &\rightarrow 9 + 3 + 5 = 17 & 7\,138 &\rightarrow 7 + 1 + 3 + 8 = 19 & 5\,520 &\rightarrow 5 + 5 + 2 + 0 = 12 \\ 3\,771 &\rightarrow 3 + 7 + 7 + 1 = 18 & 291 &\rightarrow 2 + 9 + 1 = 12 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $4 + 3 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 12$$

Une seule solution : 435.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 34 est pair mais $34 = 3 \times 11 + 1$.
« 258 est un multiple de 9. » **Faux.** $258 = 9 \times 28 + 6$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 70 - 5 \times 4 = 70 - 20 = 50$

$$B = 10 \div 5 \times 4 = 2 \times 4 = 8$$

$$C = 53 - 2 \times (20 - 7) = 53 - 2 \times 13 = 53 - 26 = 27$$

$$D = [3 + 6 \times (7 - 4)] \div 2 = [3 + 6 \times 3] \div 2 = [3 + 18] \div 2 = 21 \div 2 = 10,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times 9 - (8 - 7) = 2 \times 9 - 1 = 18 - 1 = 17$$

$$7 + 4 \times (6 + 2) = 7 + 4 \times 8 = 7 + 32 = 39$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 8 \times 42 \times 125 = 8 \times 125 \times 42 = 1\,000 \times 42 = 42\,000$$

$$F = 46 \times 24 - 46 \times 14 = 46 \times (24 - 14) = 46 \times 10 = 460$$

$$G = 35 \times 99 = 35 \times (100 - 1) = 35 \times 100 - 35 \times 1 = 3\,500 - 35 = 3\,465$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $9 \times 9 = 9^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $(4 + 1)^2 = 4^2 + 1^2$ » **Faux.** $(4 + 1)^2 = 5^2 = 25$, alors que $4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$.

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $2^3 = 6$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$62 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (7^2 = 49 < 62 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 149 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (12^2 = 144 < 149 < 169 = 13^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 7 = 4 \times 4 - 7 = 16 - 7 = 9$

$$B = (4 \times 2)^2 - 7 = 8^2 - 7 = 64 - 7 = 57$$

$$C = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$$

$$D = (4 + 1)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 3 : x^3 + 6 = 3^3 + 6 = 27 + 6 = 33$$

$$\text{Pour } x = 10 : x^3 + 6 = 10^3 + 6 = 1\,000 + 6 = 1\,006$$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 8 petits cubes sur 8 : $8^2 = 8 \times 8 = 64$.

a) On voit 64 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 8 couches de 64 petits cubes : $8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$.

b) Il a utilisé 512 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $8 - 2 = 6$ petits cubes d'arête. $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

c) 216 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 34 et 77. » $\rightarrow$ encore 42 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 49, 64.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).