



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°16



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 6.
- **B** est le carré du double de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 4^2 - 5 \quad \mathbf{D} = 2 \times 5^2 \quad \mathbf{E} = 16 + 8 \div 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

713 divisé par 6 1 218 divisé par 20

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 315 par 10 ? Justifier.

$$(a) 315 = 10 \times 32 - 5 \quad (b) 315 = 10 \times 31 + 5 \quad (c) 315 = 10 \times 30 + 15$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes jeudi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 246 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 246 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
771					
8 548					
575					
8 901					
2 990					

2. Dans le nombre $7\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 75 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°16



CAPU0016

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 6 + 4 \times 8 \quad B = 5 \times 8 - 3 \times 4$$

$$C = (6 \times 9 - 3) \div 4 \quad D = 5 \times [20 - (9 + 6)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 7 - 4 - 3 = 0 \quad 8 - 3 + 5 \times 5 = 50$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 48 \times 11 \quad F = 1,5 \times 0,25 + 1,5 \times 0,75 \quad G = 41 + 5,05 + 59$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 8 + 8 + 8 \quad 3 \times 3 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 2^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad (5 + 3)^2 = 5^2 + 3^2 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

100 ; 15 ; 64 ; 144 ; 33 ; 27

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 2 \quad B = (3 \times 6)^2 - 2$$

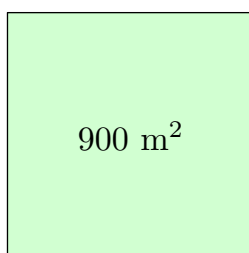
$$C = 6^2 + 2^2 \quad D = (6 + 2)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 3$ et $B = (5a)^2 - 3$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 900 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 63 et 110.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°16



CAPU0016

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

$B = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4^2 - 5$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 4 et 5.

$D = 2 \times 5^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 5.

$E = 16 + 8 \div 4$ est une **somme** : c'est la somme de 16 et du quotient de 8 par 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 118 = 708 \leq 713 < 714 = 6 \times 119$: le quotient est 118, le reste $713 - 708 = 5$.

$713 = 6 \times 118 + 5$, avec $5 < 6$.

$20 \times 60 = 1\,200 \leq 1\,218 < 1\,220 = 20 \times 61$: le quotient est 60, le reste $1\,218 - 1\,200 = 18$.

$1\,218 = 20 \times 60 + 18$, avec $18 < 20$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $315 = 10 \times 32 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $315 = 10 \times 31 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 10. ✓

(c) $315 = 10 \times 30 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 31, reste 5.

Comme $5 < 31$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 315 par 31 : quotient 10, reste 5.

3. $246 = 7 \times 35 + 1$

a) 246 jours font 35 semaines complètes et 1 jour.

Après 35 semaines complètes, on est de nouveau jeudi. Il reste à avancer de 1 jour : jeudi → vendredi.

b) Dans 246 jours, nous serons vendredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
771	non	oui	non	non	non
8 548	oui	non	non	non	non
575	non	non	oui	non	non
8 901	non	oui	non	oui	non
2 990	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°16



CAPU0016

Sommes des chiffres :

$$771 \rightarrow 7 + 7 + 1 = 15 \quad 8\,548 \rightarrow 8 + 5 + 4 + 8 = 25 \quad 575 \rightarrow 5 + 7 + 5 = 17$$

$$8\,901 \rightarrow 8 + 9 + 0 + 1 = 18 \quad 2\,990 \rightarrow 2 + 9 + 9 + 0 = 20$$

2. Somme des chiffres : $7 + \square + 4 = 11 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 7 : 18$$

Une seule solution : 774.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 46 est pair mais $46 = 3 \times 15 + 1$.

« 75 est un multiple de 3. » **Vrai.** $75 = 3 \times 25$: le reste de la division de 75 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 6 + 4 \times 8 = 6 + 32 = 38$

$$B = 5 \times 8 - 3 \times 4 = 40 - 12 = 28$$

$$C = (6 \times 9 - 3) \div 4 = (54 - 3) \div 4 = 51 \div 4 = 12,75$$

$$D = 5 \times [20 - (9 + 6)] = 5 \times [20 - 15] = 5 \times 5 = 25$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times (7 - 4 - 3) = 2 \times (3 - 3) = 2 \times 0 = 0$$

$$(8 - 3 + 5) \times 5 = (5 + 5) \times 5 = 10 \times 5 = 50$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 48 \times 11 = 48 \times (10 + 1) = 48 \times 10 + 48 \times 1 = 480 + 48 = 528$$

$$F = 1,5 \times 0,25 + 1,5 \times 0,75 = 1,5 \times (0,25 + 0,75) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$G = 41 + 5,05 + 59 = 41 + 59 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $3 \times 3 = 3^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } (5 + 3)^2 = 5^2 + 3^2 \text{ » Faux. } (5 + 3)^2 = 8^2 = 64, \text{ alors que } 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34.$$

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$15 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 15 < 16 = 4^2) \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$33 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 33 < 36 = 6^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°16



CAPU0016

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 2 = 3 \times 36 - 2 = 108 - 2 = 106$

$$B = (3 \times 6)^2 - 2 = 18^2 - 2 = 324 - 2 = 322$$

$$C = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$$

$$D = (6 + 2)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 3 = 5 \times 2^2 - 3 = 5 \times 4 - 3 = 20 - 3 = 17$$

$$B = (5a)^2 - 3 = (5 \times 2)^2 - 3 = 10^2 - 3 = 100 - 3 = 97$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 900 : $30 \times 30 = 900$, c'est-à-dire $30^2 = 900$.

a) Le côté mesure 30 m.

$$4 \times 30 = 120$$

b) Le périmètre est de 120 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 63 et 110. » $\rightarrow$ encore 46 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81, 100.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).