



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°160



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 10 et 7 par 8.
- **B** est la somme de 10 et du produit de 7 par 8.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 16 - 4 \times 2 \quad \mathbf{D} = (7 + 9) \div 2 \quad \mathbf{E} = (10 + 7) \times 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$952 \text{ divisé par } 5 \quad 1\,548 \text{ divisé par } 20$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 86 par 9 ? Justifier.

$$(a) 86 = 9 \times 10 - 4 \quad (b) 86 = 9 \times 8 + 14 \quad (c) 86 = 9 \times 9 + 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 37 élèves en sortie dans des minibus de 9 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 850					
215					
291					
1 462					
6 093					

2. Dans le nombre $9\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 89 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°160



CAPU0160

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 11 + 8 \times 8 \quad B = 11 + 56 \div 8 \times 2$$

$$C = 96 - 5 \times (10 - 6) \quad D = [5 + 9 \times (9 - 3)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 3 - 7 + 2 = 3 \quad 9 \times 4 - 9 + 8 = 19$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 41 + 12,6 + 59 \quad F = 3,6 \times 0,4 + 3,6 \times 0,6 \quad G = 27 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 12 \times 12 \quad 9 + 9 + 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 5^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$9^2 = 18 \quad 0,2^2 = 0,4 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

36 ; 111 ; 64 ; 149 ; 25 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 2^2 - 7 \quad B = (2 \times 2)^2 - 7$$

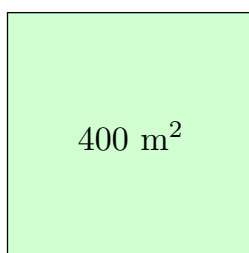
$$C = 4^2 + 6^2 \quad D = (4 + 6)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 24 = 10n$ est-elle vraie pour $n = 2$? Pour $n = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 400 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 157 et 231. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 3. Mon chiffre des unités est 6.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (10 + 7) \times 8 = 17 \times 8 = 136$

$$B = 10 + 7 \times 8 = 10 + 56 = 66$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 16 - 4 \times 2$ est une **différence** : c'est la différence entre 16 et le produit de 4 par 2.

$$D = (7 + 9) \div 2 \text{ est un } \mathbf{quotient} : \text{c'est le quotient de la somme de 7 et 9 par 2.}$$

$$E = (10 + 7) \times 9 \text{ est un } \mathbf{produit} : \text{c'est le produit de la somme de 10 et 7 par 9.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 190 = 950 \leq 952 < 955 = 5 \times 191$: le quotient est 190, le reste $952 - 950 = 2$.

$$952 = 5 \times 190 + 2, \text{ avec } 2 < 5.$$

$$20 \times 77 = 1\,540 \leq 1\,548 < 1\,560 = 20 \times 78 : \text{le quotient est 77, le reste } 1\,548 - 1\,540 = 8.$$

$$1\,548 = 20 \times 77 + 8, \text{ avec } 8 < 20.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $86 = 9 \times 10 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $86 = 9 \times 8 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(c) $86 = 9 \times 9 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 9. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 9, reste 5.

Comme $5 < 9$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 86 par 9 : quotient 9, reste 5.

3. $37 = 9 \times 4 + 1$

4 minibus pleins transportent 36 élèves ; il en reste 1 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $4 + 1 = 5$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $9 - 1 = 8$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 850	oui	non	oui	non	oui
215	non	non	oui	non	non
291	non	oui	non	non	non
1 462	oui	non	non	non	non
6 093	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$3\ 850 \rightarrow 3 + 8 + 5 + 0 = 16 \quad 215 \rightarrow 2 + 1 + 5 = 8 \quad 291 \rightarrow 2 + 9 + 1 = 12$$

$$1\ 462 \rightarrow 1 + 4 + 6 + 2 = 13 \quad 6\ 093 \rightarrow 6 + 0 + 9 + 3 = 18$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 0 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 0 : 9; \square = 9 : 18$$

2 solutions : 900, 990.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai**. Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 288, somme des chiffres 18.

« 89 est un multiple de 6. » **Faux**. $89 = 6 \times 14 + 5$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 11 + 8 \times 8 = 11 + 64 = 75$

$$B = 11 + 56 \div 8 \times 2 = 11 + 7 \times 2 = 11 + 14 = 25$$

$$C = 96 - 5 \times (10 - 6) = 96 - 5 \times 4 = 96 - 20 = 76$$

$$D = [5 + 9 \times (9 - 3)] \div 5 = [5 + 9 \times 6] \div 5 = [5 + 54] \div 5 = 59 \div 5 = 11,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times 3 - (7 + 2) = 4 \times 3 - 9 = 12 - 9 = 3$$

$$9 \times 4 - (9 + 8) = 9 \times 4 - 17 = 36 - 17 = 19$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 41 + 12,6 + 59 = 41 + 59 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$F = 3,6 \times 0,4 + 3,6 \times 0,6 = 3,6 \times (0,4 + 0,6) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$G = 27 \times 99 = 27 \times (100 - 1) = 27 \times 100 - 27 \times 1 = 2\ 700 - 27 = 2\ 673$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°160



CAPU0160

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $12 \times 12 = 12^2$

$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $9^3 = 729$.

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $9^2 = 18$ » **Faux**. $9^2 = 9 \times 9 = 81$. L'exposant ne multiplie pas : $9 \times 2 = 18$, c'est le double.

« $0,2^2 = 0,4$ » **Faux**. $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$8 = 2^3$: **cube** $25 = 5^2$: **carré**

$36 = 6^2$: **carré** $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** !

111 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 111 < 121 = 11^2$) 149 : ni l'un ni l'autre ($12^2 = 144 < 149 < 169 = 13^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 2^2 - 7 = 2 \times 4 - 7 = 8 - 7 = 1$

$B = (2 \times 2)^2 - 7 = 4^2 - 7 = 16 - 7 = 9$

$C = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$

$D = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 2$: $n^2 + 24 = 2^2 + 24 = 4 + 24 = 28$ et $10n = 10 \times 2 = 20$.

$28 \neq 20$: l'égalité est fausse pour $n = 2$.

Pour $n = 6$: $n^2 + 24 = 6^2 + 24 = 36 + 24 = 60$ et $10n = 10 \times 6 = 60$.

$60 = 60$: l'égalité est vraie pour $n = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 4$, et seulement pour 6 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 400 : $20 \times 20 = 400$, c'est-à-dire $20^2 = 400$.

a) **Le côté mesure 20 m.**

$4 \times 20 = 80$

b) **Le périmètre est de 80 m.**

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **$4 \times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 157 et 231. » $\rightarrow$ encore 73 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196, 225.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°160



CAPU0160

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).