



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°161



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 12 et 15 par 3.
- **B** est la somme de 12 et du quotient de 15 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (2 + 2) \div 2 \quad \mathbf{D} = (10 + 6) \times 8 \quad \mathbf{E} = 27 - 5 \times 3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$575 \text{ divisé par } 8 \quad 1\,371 \text{ divisé par } 28$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 212 par 12 ? Justifier.

$$(a) 212 = 12 \times 18 - 4 \quad (b) 212 = 12 \times 16 + 20 \quad (c) 212 = 12 \times 17 + 8$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 137 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 351					
1 768					
237					
6 380					
175					

2. Dans le nombre $48\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 8 est un diviseur de 184.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°161



CAPU0161

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 29 + 9 \times 3 \quad B = 8 \times 8 - 6 \times 2$$

$$C = (5 \times 3 - 7) \div 2 \quad D = 5 \times [33 - (9 + 4)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 3 + 7 \times 3 = 57 \quad 5 + 9 \times 9 - 9 = 5$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 48 \times 50 \quad F = 41 \times 99 \quad G = 22 \times 70 + 22 \times 30$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \times 4 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 5 \times 5 \quad 7 + 7 + 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 3^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 2^3 = 6 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

111 ; 27 ; 100 ; 83 ; 16 ; 150

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 4^2 - 7 \quad B = (2 \times 4)^2 - 7$$

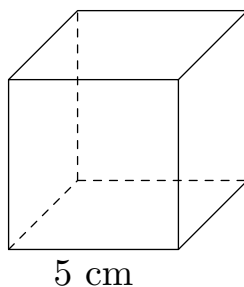
$$C = 2^2 + 7^2 \quad D = (2 + 7)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 6 = 7x$ est-elle vraie pour $x = 6$? Pour $x = 4$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 5 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 44 et 90.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°161



CAPU0161

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (12 + 15) \div 3 = 27 \div 3 = 9$

$B = 12 + 15 \div 3 = 12 + 5 = 17$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 2) \div 2$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 2 et 2 par 2.

$D = (10 + 6) \times 8$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 10 et 6 par 8.

$E = 27 - 5 \times 3$ est une **différence** : c'est la différence entre 27 et le produit de 5 par 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 71 = 568 \leq 575 < 576 = 8 \times 72$: le quotient est 71, le reste $575 - 568 = 7$.

$575 = 8 \times 71 + 7$, avec $7 < 8$.

$28 \times 48 = 1\,344 \leq 1\,371 < 1\,372 = 28 \times 49$: le quotient est 48, le reste $1\,371 - 1\,344 = 27$.

$1\,371 = 28 \times 48 + 27$, avec $27 < 28$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $212 = 12 \times 18 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $212 = 12 \times 16 + 20$: le « reste » 20 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(c) $212 = 12 \times 17 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 12. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 17, reste 8.

Comme $8 < 17$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 212 par 17 : quotient 12, reste 8.

3. $137 = 6 \times 22 + 5$, avec $5 < 6$

a) Elle remplit 22 boîtes pleines.

b) Il reste 5 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 351	non	oui	non	oui	non
1 768	oui	non	non	non	non
237	non	oui	non	non	non
6 380	oui	non	oui	non	oui
175	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°161



CAPU0161

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 9\,351 &\rightarrow 9 + 3 + 5 + 1 = 18 & 1\,768 &\rightarrow 1 + 7 + 6 + 8 = 22 & 237 &\rightarrow 2 + 3 + 7 = 12 \\ 6\,380 &\rightarrow 6 + 3 + 8 + 0 = 17 & 175 &\rightarrow 1 + 7 + 5 = 13 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $4 + 8 + \square = 12 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12$$

Une seule solution : 480.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 75 est divisible par 3 ($75 = 3 \times 25$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 8 est un diviseur de 184. » **Vrai.** $184 = 8 \times 23$: le reste de la division de 184 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 29 + 9 \times 3 = 29 + 27 = 56$

$$B = 8 \times 8 - 6 \times 2 = 64 - 12 = 52$$

$$C = (5 \times 3 - 7) \div 2 = (15 - 7) \div 2 = 8 \div 2 = 4$$

$$D = 5 \times [33 - (9 + 4)] = 5 \times [33 - 13] = 5 \times 20 = 100$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(9 + 3 + 7) \times 3 = (12 + 7) \times 3 = 19 \times 3 = 57$$

$$5 + 9 \times (9 - 9) = 5 + 9 \times 0 = 5 + 0 = 5$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 48 \times 50 = 2 \times 50 \times 48 = 100 \times 48 = 4\,800$$

$$F = 41 \times 99 = 41 \times (100 - 1) = 41 \times 100 - 41 \times 1 = 4\,100 - 41 = 4\,059$$

$$G = 22 \times 70 + 22 \times 30 = 22 \times (70 + 30) = 22 \times 100 = 2\,200$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $5 \times 5 = 5^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $2^3 = 6$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$83 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 83 < 100 = 10^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°161



CAPU0161

111 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 111 < 121 = 11^2$) 150 : ni l'un ni l'autre ($12^2 = 144 < 150 < 169 = 13^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 4^2 - 7 = 2 \times 16 - 7 = 32 - 7 = 25$

$B = (2 \times 4)^2 - 7 = 8^2 - 7 = 64 - 7 = 57$

$C = 2^2 + 7^2 = 4 + 49 = 53$

$D = (2 + 7)^2 = 9^2 = 81$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 6$: $x^2 + 6 = 6^2 + 6 = 36 + 6 = 42$ et $7x = 7 \times 6 = 42$.

42 = 42 : l'égalité est vraie pour $x = 6$.

Pour $x = 4$: $x^2 + 6 = 4^2 + 6 = 16 + 6 = 22$ et $7x = 7 \times 4 = 28$.

22 $\neq$ 28 : l'égalité est fausse pour $x = 4$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 1$, et seulement pour 6 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 5 petits cubes sur 5 : $5^2 = 5 \times 5 = 25$.

a) On voit 25 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 5 couches de 25 petits cubes : $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.

b) Il a utilisé 125 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $5 - 2 = 3$ petits cubes d'arête. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

c) 27 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 44 et 90. » $\rightarrow$ encore 45 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64, 81.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).