



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°162



CAPU0162

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 13 et du produit de 5 par 5.
- **B** est le produit de la somme de 13 et 5 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (4 + 5)^2 \quad D = 4 + 12 \div 2 \quad E = 6^2 - 27$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

992 divisé par 3 1 193 divisé par 11

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 321 par 8 ? Justifier.

$$(a) 321 = 8 \times 39 + 9 \quad (b) 321 = 8 \times 40 + 1 \quad (c) 321 = 8 \times 41 - 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 189 pages. Nina en lit 25 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 007					
895					
6 540					
807					
8 998					

2. Dans le nombre $76\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 163 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°162



CAPU0162

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 48 - 5 \times 8 \quad B = 8 \div 4 \times 3$$

$$C = (4 + 9) \times 2 - 11 \quad D = 8,8 + 3 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 6 - 2 + 7 = 99 \quad 4 + 5 + 5 \times 7 = 74$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 61 + 12,6 + 39 \quad F = 22 \times 11 \quad G = 24 \times 41 - 24 \times 31$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 + 2 + 2 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 12 \times 12 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 4^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

27 ; 45 ; 81 ; 60 ; 65 ; 36

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 2^2 - 2 \quad B = (5 \times 2)^2 - 2$$

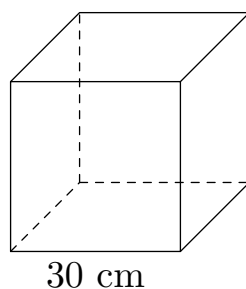
$$C = 6^2 + 7^2 \quad D = (6 + 7)^2$$

2. On pose $A = 2x^2 - 1$ et $B = (2x)^2 - 1$. Calculer A et B pour $x = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 30 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 28 et 73.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°162



CAPU0162

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 13 + 5 \times 5 = 13 + 25 = 38$

$B = (13 + 5) \times 5 = 18 \times 5 = 90$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (4 + 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 4 et 5.

$D = 4 + 12 \div 2$ est une **somme** : c'est la somme de 4 et du quotient de 12 par 2.

$E = 6^2 - 27$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 6 et 27.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 330 = 990 \leq 992 < 993 = 3 \times 331$: le quotient est 330, le reste $992 - 990 = 2$.

$992 = 3 \times 330 + 2$, avec $2 < 3$.

$11 \times 108 = 1\,188 \leq 1\,193 < 1\,199 = 11 \times 109$: le quotient est 108, le reste $1\,193 - 1\,188 = 5$.

$1\,193 = 11 \times 108 + 5$, avec $5 < 11$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $321 = 8 \times 39 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(b) $321 = 8 \times 40 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 8. ✓

(c) $321 = 8 \times 41 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 40, reste 1.

Comme $1 < 40$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 321 par 40 : quotient 8, reste 1.

3. $189 = 25 \times 7 + 14$

En 7 soirs, elle lit 175 pages ; il lui en reste encore 14.

a) **Il lui faut $7 + 1 = 8$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 14 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 007	non	oui	non	oui	non
895	non	non	oui	non	non
6 540	oui	oui	oui	non	oui
807	non	oui	non	non	non
8 998	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°162



CAPU0162

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 2\ 007 &\rightarrow 2 + 0 + 0 + 7 = 9 & 895 &\rightarrow 8 + 9 + 5 = 22 & 6\ 540 &\rightarrow 6 + 5 + 4 + 0 = 15 \\ 807 &\rightarrow 8 + 0 + 7 = 15 & 8\ 998 &\rightarrow 8 + 9 + 9 + 8 = 34 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $7 + 6 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 18$$

Une seule solution : 765.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 52 est pair mais $52 = 3 \times 17 + 1$.
« 163 est un multiple de 6. » **Faux.** $163 = 6 \times 27 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 48 - 5 \times 8 = 48 - 40 = 8$

$$B = 8 \div 4 \times 3 = 2 \times 3 = 6$$

$$C = (4 + 9) \times 2 - 11 = 13 \times 2 - 11 = 26 - 11 = 15$$

$$D = 8,8 + 3 \times 0,2 = 8,8 + 0,6 = 9,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times (6 - 2 + 7) = 9 \times (4 + 7) = 9 \times 11 = 99$$

$$4 + (5 + 5) \times 7 = 4 + 10 \times 7 = 4 + 70 = 74$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 61 + 12,6 + 39 = 61 + 39 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$F = 22 \times 11 = 22 \times (10 + 1) = 22 \times 10 + 22 \times 1 = 220 + 22 = 242$$

$$G = 24 \times 41 - 24 \times 31 = 24 \times (41 - 31) = 24 \times 10 = 240$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $12 \times 12 = 12^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$, qui n'est le carré d'aucun entier ($4^2 = 16$ et $5^2 = 25$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$45 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 45 < 49 = 7^2) \quad 60 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 60 < 64 = 8^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°162



CAPU0162

65 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 65 < 81 = 9^2$) $81 = 9^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 2^2 - 2 = 5 \times 4 - 2 = 20 - 2 = 18$

$$B = (5 \times 2)^2 - 2 = 10^2 - 2 = 100 - 2 = 98$$

$$C = 6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$$

$$D = (6 + 7)^2 = 13^2 = 169$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2x^2 - 1 = 2 \times 3^2 - 1 = 2 \times 9 - 1 = 18 - 1 = 17$$

$$B = (2x)^2 - 1 = (2 \times 3)^2 - 1 = 6^2 - 1 = 36 - 1 = 35$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit $2x$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 30^3 = 30 \times 30 \times 30 = 27\,000$

a) Le volume est de 27 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$27\,000 \div 1\,000 = 27$$

b) L'aquarium contient 27 litres.

Autre façon de voir : 30 cm, c'est 3 fois 10 cm ; on range $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 28 et 73. » $\rightarrow$ encore 44 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).