



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°163



CAPU0163

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 54 et 24 par 6.
- **B** est la somme de 54 et du quotient de 24 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 8^2 \quad D = 3 + 7 \times 4 \quad E = 17 - 2 \times 7$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

653 divisé par 6 2 428 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 363 par 10 ? Justifier.

$$(a) 363 = 10 \times 37 - 7 \quad (b) 363 = 10 \times 36 + 3 \quad (c) 363 = 10 \times 35 + 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 81 élèves en sortie dans des minibus de 12 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
501					
365					
1 570					
6 898					
3 213					

2. Dans le nombre $3\square5$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 118 est un multiple de 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°163



CAPU0163

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 18 + 3 \times 3 \quad B = 11 + 36 \div 9 \times 3$$

$$C = (10 + 8) \times 2 - 6 \quad D = 3 \times [31 - (2 + 7)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 2 - 8 + 5 = 3 \quad 6 + 6 - 6 + 2 = 4$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 17 \times 15 + 17 \times 85 \quad F = 5 \times 70 \times 20 \quad G = 35 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 6 + 6 + 6 \quad 5 \times 5 \quad 5 \times 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 5^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 0^2 = 0 \quad (3 + 1)^2 = 3^2 + 1^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

111 ; 79 ; 81 ; 116 ; 121 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 5^2 - 4 \quad B = (4 \times 5)^2 - 4$$

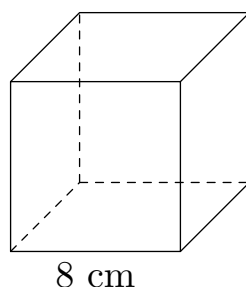
$$C = 3^2 + 1^2 \quad D = (3 + 1)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 5$ et $B = (3a)^2 - 5$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 8 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 26 et 80.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (54 + 24) \div 6 = 78 \div 6 = 13$

$$B = 54 + 24 \div 6 = 54 + 4 = 58$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 8^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 8.

$$D = 3 + 7 \times 4 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme de 3 et du produit de 7 par 4.}$$

$$E = 17 - 2 \times 7 \text{ est une } \mathbf{différence} : \text{c'est la différence entre 17 et le produit de 2 par 7.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 108 = 648 \leq 653 < 654 = 6 \times 109$: le quotient est 108, le reste $653 - 648 = 5$.

$$\mathbf{653 = 6 \times 108 + 5}, \text{ avec } 5 < 6.$$

$$13 \times 186 = 2\,418 \leq 2\,428 < 2\,431 = 13 \times 187 : \text{le quotient est 186, le reste } 2\,428 - 2\,418 = 10.$$

$$\mathbf{2\,428 = 13 \times 186 + 10}, \text{ avec } 10 < 13.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $363 = 10 \times 37 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $363 = 10 \times 36 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 10. ✓

(c) $363 = 10 \times 35 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 36, reste 3.

Comme $3 < 36$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 363 par 36 : quotient 10, reste 3.

3. $81 = 12 \times 6 + 9$

6 minibus pleins transportent 72 élèves ; il en reste 9 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $6 + 1 = 7$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $12 - 9 = 3$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°163



CAPU0163

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
501	non	oui	non	non	non
365	non	non	oui	non	non
1 570	oui	non	oui	non	oui
6 898	oui	non	non	non	non
3 213	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$501 \rightarrow 5 + 0 + 1 = 6 \quad 365 \rightarrow 3 + 6 + 5 = 14 \quad 1\,570 \rightarrow 1 + 5 + 7 + 0 = 13$$

$$6\,898 \rightarrow 6 + 8 + 9 + 8 = 31 \quad 3\,213 \rightarrow 3 + 2 + 1 + 3 = 9$$

2. Somme des chiffres : $3 + \square + 5 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 9; \square = 4 : 12; \square = 7 : 15$$

3 solutions : 315, 345, 375.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux**. Contre-exemple : 53 se termine par 3, mais $53 = 3 \times 17 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 118 est un multiple de 4. » **Faux**. $118 = 4 \times 29 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 18 + 3 \times 3 = 18 + 9 = 27$

$$B = 11 + 36 \div 9 \times 3 = 11 + 4 \times 3 = 11 + 12 = 23$$

$$C = (10 + 8) \times 2 - 6 = 18 \times 2 - 6 = 36 - 6 = 30$$

$$D = 3 \times [31 - (2 + 7)] = 3 \times [31 - 9] = 3 \times 22 = 66$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times 2 - (8 + 5) = 8 \times 2 - 13 = 16 - 13 = 3$$

$$6 + 6 - (6 + 2) = 6 + 6 - 8 = 12 - 8 = 4$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 17 \times 15 + 17 \times 85 = 17 \times (15 + 85) = 17 \times 100 = 1\,700$$

$$F = 5 \times 70 \times 20 = 5 \times 20 \times 70 = 100 \times 70 = 7\,000$$

$$G = 35 \times 11 = 35 \times (10 + 1) = 35 \times 10 + 35 \times 1 = 350 + 35 = 385$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°163



CAPU0163

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $5 \times 5 = 5^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $6^3 = 216$.

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

« $(3 + 1)^2 = 3^2 + 1^2$ » **Faux**. $(3 + 1)^2 = 4^2 = 16$, alors que $3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

79 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 79 < 81 = 9^2$) $81 = 9^2$: **carré**

111 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 111 < 121 = 11^2$) 116 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 116 < 121 = 11^2$)

$121 = 11^2$: **carré** $125 = 5^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 4 = 4 \times 25 - 4 = 100 - 4 = 96$

$B = (4 \times 5)^2 - 4 = 20^2 - 4 = 400 - 4 = 396$

$C = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$

$D = (3 + 1)^2 = 4^2 = 16$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 3a^2 - 5 = 3 \times 4^2 - 5 = 3 \times 16 - 5 = 48 - 5 = 43$

$B = (3a)^2 - 5 = (3 \times 4)^2 - 5 = 12^2 - 5 = 144 - 5 = 139$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 3a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 8 petits cubes sur 8 : $8^2 = 8 \times 8 = 64$.

a) On voit 64 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 8 couches de 64 petits cubes : $8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$.

b) Il a utilisé 512 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $8 - 2 = 6$ petits cubes d'arête. $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

c) 216 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 26 et 80. » $\rightarrow$ encore 53 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 49.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°163



CAPU0163

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).