



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°164



CAPU0164

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 13 et du produit de 6 par 6.
- **B** est le produit de la somme de 13 et 6 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 32 - 4 \times 7 \quad \mathbf{D} = 13 + 9 \div 3 \quad \mathbf{E} = 2 \times 9^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$163 \text{ divisé par } 9 \quad 432 \text{ divisé par } 20$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 174 par 11 ? Justifier.

$$(a) 174 = 11 \times 14 + 20 \quad (b) 174 = 11 \times 15 + 9 \quad (c) 174 = 11 \times 16 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 75 pages. Nina en lit 12 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 470					
411					
325					
6 147					
9 328					

2. Dans le nombre $4\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 213 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°164



CAPU0164

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 15 + 3 \times 4 \quad B = 9 \times 4 - 2 \times 5$$

$$C = 54 - 5 \times (18 - 8) \quad D = [7 + 8 \times (7 - 4)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 3 + 6 \times 9 = 99 \quad 4 + 8 \times 9 + 6 = 124$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2,7 \times 0,8 + 2,7 \times 0,2 \quad F = 14 \times 9 \quad G = 60 + 0,75 + 40$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 + 9 + 9 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 4 \times 4 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 4^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4 \times 3^2 = 12^2 \quad 2^3 = 3^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

139 ; 36 ; 1 000 ; 45 ; 83 ; 25

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 3^2 - 7 \quad B = (5 \times 3)^2 - 7$$

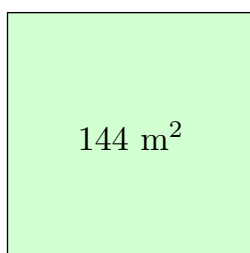
$$C = 6^2 + 5^2 \quad D = (6 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $7n^2$ pour $n = 3$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 144 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 110 et 178.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 13 + 6 \times 6 = 13 + 36 = 49$

$$B = (13 + 6) \times 6 = 19 \times 6 = 114$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 32 - 4 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 32 et le produit de 4 par 7.

$$D = 13 + 9 \div 3$$
 est une **somme** : c'est la somme de 13 et du quotient de 9 par 3.

$$E = 2 \times 9^2$$
 est un **produit** : c'est le double du carré de 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 18 = 162 \leq 163 < 171 = 9 \times 19$: le quotient est 18, le reste $163 - 162 = 1$.

$$163 = 9 \times 18 + 1, \text{ avec } 1 < 9.$$

$$20 \times 21 = 420 \leq 432 < 440 = 20 \times 22$$
 : le quotient est 21, le reste $432 - 420 = 12$.

$$432 = 20 \times 21 + 12, \text{ avec } 12 < 20.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $174 = 11 \times 14 + 20$: le « reste » 20 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b) $174 = 11 \times 15 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 11. ✓

(c) $174 = 11 \times 16 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 15, reste 9.

Comme $9 < 15$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 174 par 15 : quotient 11, reste 9.

3. $75 = 12 \times 6 + 3$

En 6 soirs, elle lit 72 pages ; il lui en reste encore 3.

a) **Il lui faut $6 + 1 = 7$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 3 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 470	oui	non	oui	non	oui
411	non	oui	non	non	non
325	non	non	oui	non	non
6 147	non	oui	non	oui	non
9 328	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°164



CAPU0164

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\,470 &\rightarrow 6 + 4 + 7 + 0 = 17 & 411 &\rightarrow 4 + 1 + 1 = 6 & 325 &\rightarrow 3 + 2 + 5 = 10 \\ 6\,147 &\rightarrow 6 + 1 + 4 + 7 = 18 & 9\,328 &\rightarrow 9 + 3 + 2 + 8 = 22 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 3 = 7 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 9 ; \square = 5 : 12 ; \square = 8 : 15$$

3 solutions : 423, 453, 483.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 216, somme des chiffres 9.

« 213 est un multiple de 8. » **Faux.** $213 = 8 \times 26 + 5$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 15 + 3 \times 4 = 15 + 12 = 27$

$$B = 9 \times 4 - 2 \times 5 = 36 - 10 = 26$$

$$C = 54 - 5 \times (18 - 8) = 54 - 5 \times 10 = 54 - 50 = 4$$

$$D = [7 + 8 \times (7 - 4)] \div 2 = [7 + 8 \times 3] \div 2 = [7 + 24] \div 2 = 31 \div 2 = 15,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(2 + 3 + 6) \times 9 = (5 + 6) \times 9 = 11 \times 9 = 99$$

$$4 + 8 \times (9 + 6) = 4 + 8 \times 15 = 4 + 120 = 124$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2,7 \times 0,8 + 2,7 \times 0,2 = 2,7 \times (0,8 + 0,2) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

$$F = 14 \times 9 = 14 \times (10 - 1) = 14 \times 10 - 14 \times 1 = 140 - 14 = 126$$

$$G = 60 + 0,75 \times 40 = 60 + 40 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $4 \times 4 = 4^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $4 \times 3^2 = 12^2$ » **Faux.** $4 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 3.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$45 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 45 < 49 = 7^2) \quad 83 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 83 < 100 = 10^2)$$

$$139 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 139 < 144 = 12^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 3^2 - 7 = 5 \times 9 - 7 = 45 - 7 = 38$

$B = (5 \times 3)^2 - 7 = 15^2 - 7 = 225 - 7 = 218$

$C = 6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$

$D = (6 + 5)^2 = 11^2 = 121$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 3$: $7n^2 = 7 \times 3^2 = 7 \times 9 = 63$

Pour $n = 10$: $7n^2 = 7 \times 10^2 = 7 \times 100 = 700$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 144 : $12 \times 12 = 144$, c'est-à-dire $12^2 = 144$.

a) Le côté mesure 12 m.

$4 \times 12 = 48$

b) Le périmètre est de 48 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 110 et 178. » → encore 67 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 121, 144, 169.

« Je suis divisible par 3. » → reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).