



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°165



CAPU0165

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 2 et du produit de 8 par 3.
- **B** est le produit de la somme de 2 et 8 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 3)^2 \quad D = (41 + 23) \div 8 \quad E = (1 + 3)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

777 divisé par 6 2 052 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 179 par 10 ? Justifier.

$$(a) 179 = 10 \times 18 - 1 \quad (b) 179 = 10 \times 17 + 9 \quad (c) 179 = 10 \times 16 + 19$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 182 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 580					
501					
1 388					
3 429					
535					

2. Dans le nombre $79\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 224.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°165



CAPU0165

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 35 - 9 + 2 \quad B = 8 \times 6 - 5 \times 5$$

$$C = (7 \times 9 - 1) \div 4 \quad D = 1,6 + 6 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 + 2 - 5 - 3 = 7 \quad 4 + 6 - 2 \times 4 = 20$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 44 \times 56 - 44 \times 46 \quad F = 2 \times 44 \times 50 \quad G = 40 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \quad 5 + 5 + 5 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 5^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad 6^2 = 12$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 47 ; 126 ; 101 ; 36 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 2 \quad B = (4 \times 6)^2 - 2$$

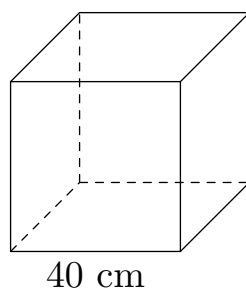
$$C = 3^2 + 7^2 \quad D = (3 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $n^3 + 4$ pour $n = 2$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 40 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 57.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°165



CAPU0165

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 + 8 \times 3 = 2 + 24 = 26$

$B = (2 + 8) \times 3 = 10 \times 3 = 30$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

$D = (41 + 23) \div 8$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 41 et 23 par 8.

$E = (1 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 129 = 774 \leq 777 < 780 = 6 \times 130$: le quotient est 129, le reste $777 - 774 = 3$.

$777 = 6 \times 129 + 3$, avec $3 < 6$.

$26 \times 78 = 2\,028 \leq 2\,052 < 2\,054 = 26 \times 79$: le quotient est 78, le reste $2\,052 - 2\,028 = 24$.

$2\,052 = 26 \times 78 + 24$, avec $24 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $179 = 10 \times 18 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $179 = 10 \times 17 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 10. ✓

(c) $179 = 10 \times 16 + 19$: le « reste » 19 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 17, reste 9.

Comme $9 < 17$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 179 par 17 : quotient 10, reste 9.

3. $182 = 12 \times 15 + 2$, avec $2 < 12$

a) Elle remplit 15 boîtes pleines.

b) Il reste 2 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 580	oui	non	oui	non	oui
501	non	oui	non	non	non
1 388	oui	non	non	non	non
3 429	non	oui	non	oui	non
535	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°165



CAPU0165

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 3\,580 \rightarrow 3 + 5 + 8 + 0 = 16 & 501 \rightarrow 5 + 0 + 1 = 6 & 1\,388 \rightarrow 1 + 3 + 8 + 8 = 20 \\ 3\,429 \rightarrow 3 + 4 + 2 + 9 = 18 & 535 \rightarrow 5 + 3 + 5 = 13 & \end{array}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $7 + 9 + \square = 16 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 21$$

Une seule solution : 795.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 83 se termine par 3, mais $83 = 3 \times 27 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 8 est un diviseur de 224. » **Vrai.** $224 = 8 \times 28$: le reste de la division de 224 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 35 - 9 + 2 = 26 + 2 = 28$

$$B = 8 \times 6 - 5 \times 5 = 48 - 25 = 23$$

$$C = (7 \times 9 - 1) \div 4 = (63 - 1) \div 4 = 62 \div 4 = 15,5$$

$$D = 1,6 + 6 \times 1,2 = 1,6 + 7,2 = 8,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 + 2 - (5 - 3) = 7 + 2 - 2 = 9 - 2 = 7$$

$$4 + (6 - 2) \times 4 = 4 + 4 \times 4 = 4 + 16 = 20$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 44 \times 56 - 44 \times 46 = 44 \times (56 - 46) = 44 \times 10 = 440$$

$$F = 2 \times 44 \times 50 = 2 \times 50 \times 44 = 100 \times 44 = 4\,400$$

$$G = 40 \times 11 = 40 \times (10 + 1) = 40 \times 10 + 40 \times 1 = 400 + 40 = 440$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 = 4^2$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $(2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2$ » **Faux.** $(2 + 3)^2 = 5^2 = 25$, alors que $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$.

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $6^2 = 12$ » **Faux.** $6^2 = 6 \times 6 = 36$. L'exposant ne multiplie pas : $6 \times 2 = 12$, c'est le double.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 47 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 47 < 49 = 7^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 101 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 101 < 121 = 11^2)$$

$$126 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 126 < 144 = 12^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 2 = 4 \times 36 - 2 = 144 - 2 = 142$

$$B = (4 \times 6)^2 - 2 = 24^2 - 2 = 576 - 2 = 574$$

$$C = 3^2 + 7^2 = 9 + 49 = 58$$

$$D = (3 + 7)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 2 : n^3 + 4 = 2^3 + 4 = 8 + 4 = 12$$

$$\text{Pour } n = 10 : n^3 + 4 = 10^3 + 4 = 1\,000 + 4 = 1\,004$$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\,000$

a) Le volume est de 64 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$64\,000 \div 1\,000 = 64$$

b) L'aquarium contient 64 litres.

Autre façon de voir : 40 cm, c'est 4 fois 10 cm ; on range $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 57. » $\rightarrow$ encore 55 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).