



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°166



CAPU0166

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 6 et 5.
- **B** est la somme des carrés de 6 et de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 9 \times (7 - 3) \quad \mathbf{D} = (2 \times 6)^2 \quad \mathbf{E} = 2 \times 2^2 - 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

696 divisé par 5 2 284 divisé par 17

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 603 par 15 ? Justifier.

$$(a) 603 = 15 \times 40 + 3 \quad (b) 603 = 15 \times 41 - 12 \quad (c) 603 = 15 \times 39 + 18$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mardi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 296 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 296 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
921					
395					
8 254					
5 391					
9 110					

2. Dans le nombre $75\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 136.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°166



CAPU0166

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 24 + 4 \times 3 \quad B = 3 \times 9 - 2 \times 3$$

$$C = 92 - 4 \times (11 - 9) \quad D = 3 \times [20 - (4 + 9)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 6 + 6 - 8 = 28 \quad 9 \times 3 + 3 - 6 = 0$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 \quad F = 32 \times 99 \quad G = 60 + 7,8 + 40$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 12 \times 12 \quad 9 + 9 + 9 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 3^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(5 + 2)^2 = 5^2 + 2^2 \quad 0^2 = 0 \quad 3^3 = 9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

98 ; 81 ; 36 ; 27 ; 139 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 5^2 - 3 \quad B = (3 \times 5)^2 - 3$$

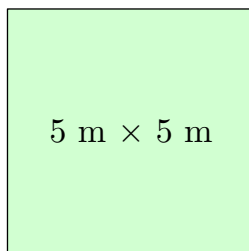
$$C = 3^2 + 4^2 \quad D = (3 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $a^2 + 2a$ pour $a = 4$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 5 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 25 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 33 et 80.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.

Je ne suis pas divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°166



CAPU0166

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (6 + 5)^2 = 11^2 = 121$

$B = 6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9 \times (7 - 3)$ est un **produit** : c'est le produit de 9 par la différence entre 7 et 3.

$D = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

$E = 2 \times 2^2 - 6$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 2 et 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 139 = 695 \leq 696 < 700 = 5 \times 140$: le quotient est 139, le reste $696 - 695 = 1$.

$696 = 5 \times 139 + 1$, avec $1 < 5$.

$17 \times 134 = 2\,278 \leq 2\,284 < 2\,295 = 17 \times 135$: le quotient est 134, le reste $2\,284 - 2\,278 = 6$.

$2\,284 = 17 \times 134 + 6$, avec $6 < 17$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $603 = 15 \times 40 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 15. ✓

(b) $603 = 15 \times 41 - 12$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $603 = 15 \times 39 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 40, reste 3.

Comme $3 < 40$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 603 par 40 : quotient 15, reste 3.

3. $296 = 7 \times 42 + 2$

a) 296 jours font 42 semaines complètes et 2 jours.

Après 42 semaines complètes, on est de nouveau mardi. Il reste à avancer de 2 jours : mardi → mercredi → jeudi.

b) Dans 296 jours, nous serons jeudi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
921	non	oui	non	non	non
395	non	non	oui	non	non
8 254	oui	non	non	non	non
5 391	non	oui	non	oui	non
9 110	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°166



CAPU0166

Sommes des chiffres :

$$921 \rightarrow 9 + 2 + 1 = 12 \quad 395 \rightarrow 3 + 9 + 5 = 17 \quad 8\,254 \rightarrow 8 + 2 + 5 + 4 = 19$$

$$5\,391 \rightarrow 5 + 3 + 9 + 1 = 18 \quad 9\,110 \rightarrow 9 + 1 + 1 + 0 = 11$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $7 + 5 + \square = 12 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12; \square = 6 : 18$$

2 solutions : 750, 756.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais $13 = 3 \times 4 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 8 est un diviseur de 136. » **Vrai.** $136 = 8 \times 17$: le reste de la division de 136 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 24 + 4 \times 3 = 24 + 12 = 36$

$$B = 3 \times 9 - 2 \times 3 = 27 - 6 = 21$$

$$C = 92 - 4 \times (11 - 9) = 92 - 4 \times 2 = 92 - 8 = 84$$

$$D = 3 \times [20 - (4 + 9)] = 3 \times [20 - 13] = 3 \times 7 = 21$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (6 + 6 - 8) = 7 \times (12 - 8) = 7 \times 4 = 28$$

$$9 \times (3 + 3 - 6) = 9 \times (6 - 6) = 9 \times 0 = 0$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 = 4,5 \times (0,4 + 0,6) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$F = 32 \times 99 = 32 \times (100 - 1) = 32 \times 100 - 32 \times 1 = 3\,200 - 32 = 3\,168$$

$$G = 60 + 7,8 + 40 = 60 + 40 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $12 \times 12 = 12^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $(5 + 2)^2 = 5^2 + 2^2$ » **Faux.** $(5 + 2)^2 = 7^2 = 49$, alors que $5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 3^3 = 9 \text{ » Faux. } 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27, \text{ et non } 3 \times 3.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°166



CAPU0166

98 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 98 < 100 = 10^2$) 139 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 139 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 5^2 - 3 = 3 \times 25 - 3 = 75 - 3 = 72$

$$B = (3 \times 5)^2 - 3 = 15^2 - 3 = 225 - 3 = 222$$

$$C = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$D = (3 + 4)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 4 : a^2 + 2a = 4^2 + 2 \times 4 = 16 + 2 \times 4 = 16 + 8 = 24$$

$$\text{Pour } a = 10 : a^2 + 2a = 10^2 + 2 \times 10 = 100 + 2 \times 10 = 100 + 20 = 120$$

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 25 = 4$: il y a 4 carreaux par mètre.

$$5 \times 4 = 20$$

a) Il faut 20 carreaux le long d'un côté.

$$20 \text{ rangées de } 20 \text{ carreaux} : 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

b) Il faut 400 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 33 et 80. » $\rightarrow$ encore 46 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 36, 64.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).