



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°167



CAPU0167

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 7 et 1.
- **B** est la somme des carrés de 7 et de 1.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2^2 + 3^2 \quad D = (2 + 3)^3 \quad E = 22 - 2 \times 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

179 divisé par 4 2 348 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 167 par 12 ? Justifier.

$$(a) 167 = 12 \times 14 - 1 \quad (b) 167 = 12 \times 12 + 23 \quad (c) 167 = 12 \times 13 + 11$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 315 pages. Nina en lit 30 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 773					
215					
111					
7 170					
7 736					

2. Dans le nombre $1\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 98 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°167



CAPU0167

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 48 - 2 + 10 \quad B = 8 \div 4 \times 4$$

$$C = (8 \times 9 - 4) \div 4 \quad D = [2 + 4 \times (8 - 3)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 6 + 9 + 9 = 39 \quad 9 \times 6 + 6 + 5 = 113$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 63 + 3,45 + 37 \quad F = 28 \times 101 \quad G = 3,6 \times 0,7 + 3,6 \times 0,3$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \times 4 \quad 5 + 5 + 5 \quad 4 \times 4 \quad 0,7 \times 0,7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 0,3^2 = 0,9 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

125 ; 55 ; 49 ; 150 ; 64 ; 25

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 2^2 - 4 \quad B = (2 \times 2)^2 - 4$$

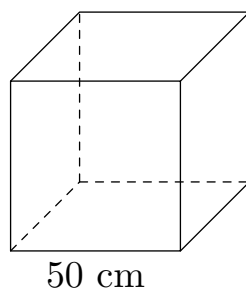
$$C = 5^2 + 4^2 \quad D = (5 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $2a^3$ pour $a = 5$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 50 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 130 et 185.
sible par 9.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°167



CAPU0167

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (7 + 1)^2 = 8^2 = 64$

$B = 7^2 + 1^2 = 49 + 1 = 50$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2^2 + 3^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 2 et de 3.

$D = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

$E = 22 - 2 \times 6$ est une **différence** : c'est la différence entre 22 et le produit de 2 par 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 44 = 176 \leq 179 < 180 = 4 \times 45$: le quotient est 44, le reste $179 - 176 = 3$.

$179 = 4 \times 44 + 3$, avec $3 < 4$.

$13 \times 180 = 2\,340 \leq 2\,348 < 2\,353 = 13 \times 181$: le quotient est 180, le reste $2\,348 - 2\,340 = 8$.

$2\,348 = 13 \times 180 + 8$, avec $8 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $167 = 12 \times 14 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $167 = 12 \times 12 + 23$: le « reste » 23 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(c) $167 = 12 \times 13 + 11$: le reste 11 est bien inférieur à 12. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 13, reste 11.

Comme $11 < 13$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 167 par 13 : quotient 12, reste 11.

3. $315 = 30 \times 10 + 15$

En 10 soirs, elle lit 300 pages ; il lui en reste encore 15.

a) Il lui faut $10 + 1 = 11$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 15 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 773	non	oui	non	oui	non
215	non	non	oui	non	non
111	non	oui	non	non	non
7 170	oui	oui	oui	non	oui
7 736	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°167



CAPU0167

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 1\ 773 &\rightarrow 1 + 7 + 7 + 3 = 18 & 215 &\rightarrow 2 + 1 + 5 = 8 & 111 &\rightarrow 1 + 1 + 1 = 3 \\ 7\ 170 &\rightarrow 7 + 1 + 7 + 0 = 15 & 7\ 736 &\rightarrow 7 + 7 + 3 + 6 = 23 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 3 = 4 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 5 : 9$$

Une seule solution : 153.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 747, somme des chiffres 18.

« 98 est un multiple de 7. » **Vrai.** $98 = 7 \times 14$: le reste de la division de 98 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 48 - 2 + 10 = 46 + 10 = 56$

$$B = 8 \div 4 \times 4 = 2 \times 4 = 8$$

$$C = (8 \times 9 - 4) \div 4 = (72 - 4) \div 4 = 68 \div 4 = 17$$

$$D = [2 + 4 \times (8 - 3)] \div 5 = [2 + 4 \times 5] \div 5 = [2 + 20] \div 5 = 22 \div 5 = 4,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times (6 + 9) + 9 = 2 \times 15 + 9 = 30 + 9 = 39$$

$$9 \times (6 + 6) + 5 = 9 \times 12 + 5 = 108 + 5 = 113$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 63 + 3,45 + 37 = 63 + 37 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

$$F = 28 \times 101 = 28 \times (100 + 1) = 28 \times 100 + 28 \times 1 = 2\ 800 + 28 = 2\ 828$$

$$G = 3,6 \times 0,7 + 3,6 \times 0,3 = 3,6 \times (0,7 + 0,3) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $4 \times 4 = 4^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$55 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 55 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 150 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 150 < 169 = 13^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 2^2 - 4 = 2 \times 4 - 4 = 8 - 4 = 4$

$$B = (2 \times 2)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 16 - 4 = 12$$

$$C = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$$

$$D = (5 + 4)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 5 : 2a^3 = 2 \times 5^3 = 2 \times 125 = 250$$

$$\text{Pour } a = 10 : 2a^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 50^3 = 50 \times 50 \times 50 = 125\,000$

a) Le volume est de 125 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$125\,000 \div 1\,000 = 125$$

b) L'aquarium contient 125 litres.

Autre façon de voir : 50 cm, c'est 5 fois 10 cm ; on range $5 \times 5 \times 5 = 125$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 130 et 185. » $\rightarrow$ encore 54 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).