



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°168



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 10 et 7 par 8.
- **B** est la somme de 10 et du produit de 7 par 8.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 13 + 56 \div 8 \quad \mathbf{D} = 30 - 4 \times 6 \quad \mathbf{E} = (2 \times 3)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

802 divisé par 5 2 130 divisé par 24

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 148 par 15 ? Justifier.

$$(a) 148 = 15 \times 9 + 13 \quad (b) 148 = 15 \times 10 - 2 \quad (c) 148 = 15 \times 8 + 28$$

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes jeudi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 107 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 107 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 163					
8 804					
807					
4 950					
485					

2. Dans le nombre $5\square 1$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 162 est un multiple de 9.

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$\mathbf{A} = 51 - 2 \times 4 \quad \mathbf{B} = 36 \div 4 \times 2$$

$$\mathbf{C} = 59 - 2 \times (16 - 9) \quad \mathbf{D} = 9,9 + 4 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 8 \times 7 + 7 = 84 \quad 6 \times 3 \times 5 + 2 = 102$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°168



CAPU0168

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$\mathbf{E} = 17 + 5,05 + 83 \quad \mathbf{F} = 16 \times 99 \quad \mathbf{G} = 1,5 \times 0,25 + 1,5 \times 0,75$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 10 \times 10 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 2 + 2 + 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2 \times 4^2 = 8^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad 4^3 = 12$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

100 ; 56 ; 118 ; 36 ; 125 ; 111

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$\mathbf{A} = 5 \times 6^2 - 9 \quad \mathbf{B} = (5 \times 6)^2 - 9$$

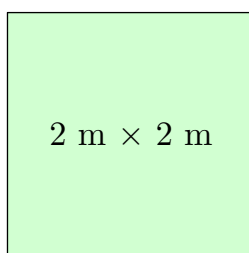
$$\mathbf{C} = 2^2 + 7^2 \quad \mathbf{D} = (2 + 7)^2$$

2. On pose $A = 2a^2 - 7$ et $B = (2a)^2 - 7$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 2 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 25 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 6 et 47.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°168



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (10 + 7) \times 8 = 17 \times 8 = 136$

$B = 10 + 7 \times 8 = 10 + 56 = 66$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 13 + 56 \div 8$ est une **somme** : c'est la somme de 13 et du quotient de 56 par 8.

$D = 30 - 4 \times 6$ est une **différence** : c'est la différence entre 30 et le produit de 4 par 6.

$E = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 160 = 800 \leq 802 < 805 = 5 \times 161$: le quotient est 160, le reste $802 - 800 = 2$.

$802 = 5 \times 160 + 2$, avec $2 < 5$.

$24 \times 88 = 2\,112 \leq 2\,130 < 2\,136 = 24 \times 89$: le quotient est 88, le reste $2\,130 - 2\,112 = 18$.

$2\,130 = 24 \times 88 + 18$, avec $18 < 24$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $148 = 15 \times 9 + 13$: le reste 13 est bien inférieur à 15. ✓

(b) $148 = 15 \times 10 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $148 = 15 \times 8 + 28$: le « reste » 28 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 9, reste 13.

3. $107 = 7 \times 15 + 2$

a) 107 jours font 15 semaines complètes et 2 jours.

Après 15 semaines complètes, on est de nouveau jeudi. Il reste à avancer de 2 jours : jeudi → vendredi → samedi.

b) Dans 107 jours, nous serons samedi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 163	non	oui	non	oui	non
8 804	oui	non	non	non	non
807	non	oui	non	non	non
4 950	oui	oui	oui	oui	oui
485	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°168



CAPU0168

$$8\ 163 \rightarrow 8 + 1 + 6 + 3 = 18 \quad 8\ 804 \rightarrow 8 + 8 + 0 + 4 = 20 \quad 807 \rightarrow 8 + 0 + 7 = 15$$

$$4\ 950 \rightarrow 4 + 9 + 5 + 0 = 18 \quad 485 \rightarrow 4 + 8 + 5 = 17$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 1 = 6 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6 ; \square = 3 : 9 ; \square = 6 : 12 ; \square = 9 : 15$$

4 solutions : 501, 531, 561, 591.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 24 est divisible par 3 ($24 = 3 \times 8$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 162 est un multiple de 9. » **Vrai.** $162 = 9 \times 18$: le reste de la division de 162 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 51 - 2 \times 4 = 51 - 8 = 43$

$$B = 36 \div 4 \times 2 = 9 \times 2 = 18$$

$$C = 59 - 2 \times (16 - 9) = 59 - 2 \times 7 = 59 - 14 = 45$$

$$D = 9,9 + 4 \times 2,5 = 9,9 + 10 = 19,9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(3 + 8) \times 7 + 7 = 11 \times 7 + 7 = 77 + 7 = 84$$

$$6 \times (3 \times 5 + 2) = 6 \times (15 + 2) = 6 \times 17 = 102$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 17 + 5,05 + 83 = 17 + 83 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$F = 16 \times 99 = 16 \times (100 - 1) = 16 \times 100 - 16 \times 1 = 1\ 600 - 16 = 1\ 584$$

$$G = 1,5 \times 0,25 + 1,5 \times 0,75 = 1,5 \times (0,25 + 0,75) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $10 \times 10 = 10^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$$

3. « $2 \times 4^2 = 8^2$ » **Faux.** $2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$, alors que $8^2 = 64$. Le carré ne porte que sur 4.

$$\text{« } 10^3 = 1\ 000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

$$\text{« } 4^3 = 12 \text{ » Faux. } 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64, \text{ et non } 3 \times 4.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 56 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 56 < 64 = 8^2)$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 111 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 111 < 121 = 11^2)$$

$$118 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 118 < 121 = 11^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°168



CAPU0168

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 6^2 - 9 = 5 \times 36 - 9 = 180 - 9 = 171$

$$B = (5 \times 6)^2 - 9 = 30^2 - 9 = 900 - 9 = 891$$

$$C = 2^2 + 7^2 = 4 + 49 = 53$$

$$D = (2 + 7)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2a^2 - 7 = 2 \times 2^2 - 7 = 2 \times 4 - 7 = 8 - 7 = 1$$

$$B = (2a)^2 - 7 = (2 \times 2)^2 - 7 = 4^2 - 7 = 16 - 7 = 9$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 2a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 25 = 4$: il y a 4 carreaux par mètre.

$$2 \times 4 = 8$$

a) Il faut 8 carreaux le long d'un côté.

$$8 \text{ rangées de 8 carreaux : } 8^2 = 8 \times 8 = 64$$

b) Il faut 64 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 6 et 47. » $\rightarrow$ encore 40 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).