



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°169



CAPU0169

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 4.
- **B** est le double du carré de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 22 - 7 \times 2 \quad D = (9 + 4) \times 2 \quad E = (2 + 3)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

146 divisé par 7 1 000 divisé par 24

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 307 par 15 ? Justifier.

$$(a) 307 = 15 \times 21 - 8 \quad (b) 307 = 15 \times 19 + 22 \quad (c) 307 = 15 \times 20 + 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 649					
201					
665					
9 524					
9 790					

2. Dans le nombre $67\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 109 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°169



CAPU0169

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 33 - 4 + 7 \quad B = 36 \div 6 \times 3$$

$$C = (3 + 7) \times 4 - 14 \quad D = 3 \times [36 - (9 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 9 - 8 + 3 = 61 \quad 6 \times 8 - 3 + 5 = 60$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4,5 \times 1,3 + 4,5 \times 8,7 \quad F = 66 + 7,8 + 34 \quad G = 31 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 7 \times 7 \quad 9 + 9 + 9 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 2^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 0^2 = 0 \quad 4 \times 5^2 = 20^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

60 ; 101 ; 100 ; 42 ; 121 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 5^2 - 1 \quad B = (4 \times 5)^2 - 1$$

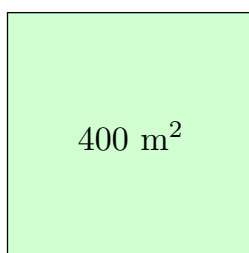
$$C = 4^2 + 5^2 \quad D = (4 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $x^2 + 3x$ pour $x = 3$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 400 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 290 et 362.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°169



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 4)^2 = 8^2 = 64$

$B = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 22 - 7 \times 2$ est une **différence** : c'est la différence entre 22 et le produit de 7 par 2.

$D = (9 + 4) \times 2$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 9 et 4 par 2.

$E = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 20 = 140 \leq 146 < 147 = 7 \times 21$: le quotient est 20, le reste $146 - 140 = 6$.

$146 = 7 \times 20 + 6$, avec $6 < 7$.

$24 \times 41 = 984 \leq 1\,000 < 1\,008 = 24 \times 42$: le quotient est 41, le reste $1\,000 - 984 = 16$.

$1\,000 = 24 \times 41 + 16$, avec $16 < 24$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $307 = 15 \times 21 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $307 = 15 \times 19 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(c) $307 = 15 \times 20 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 15. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 20, reste 7.

Comme $7 < 20$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 307 par 20 : quotient 15, reste 7.

3. $108 = 7 \times 15 + 3$, avec $3 < 7$

a) Chaque joueur reçoit 15 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 649	non	oui	non	oui	non
201	non	oui	non	non	non
665	non	non	oui	non	non
9 524	oui	non	non	non	non
9 790	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°169



CAPU0169

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 8\,649 &\rightarrow 8 + 6 + 4 + 9 = 27 & 201 &\rightarrow 2 + 0 + 1 = 3 & 665 &\rightarrow 6 + 6 + 5 = 17 \\ 9\,524 &\rightarrow 9 + 5 + 2 + 4 = 20 & 9\,790 &\rightarrow 9 + 7 + 9 + 0 = 25 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $6 + 7 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 15 ; \square = 8 : 21$$

2 solutions : 672, 678.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 57 est divisible par 3 ($57 = 3 \times 19$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 109 est un multiple de 8. » **Faux.** $109 = 8 \times 13 + 5$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 33 - 4 + 7 = 29 + 7 = 36$

$$B = 36 \div 6 \times 3 = 6 \times 3 = 18$$

$$C = (3 + 7) \times 4 - 14 = 10 \times 4 - 14 = 40 - 14 = 26$$

$$D = 3 \times [36 - (9 + 2)] = 3 \times [36 - 11] = 3 \times 25 = 75$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times 9 - (8 + 3) = 8 \times 9 - 11 = 72 - 11 = 61$$

$$6 \times (8 - 3 + 5) = 6 \times (5 + 5) = 6 \times 10 = 60$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4,5 \times 1,3 + 4,5 \times 8,7 = 4,5 \times (1,3 + 8,7) = 4,5 \times 10 = 45$$

$$F = 66 + 7,8 + 34 = 66 + 34 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$G = 31 \times 99 = 31 \times (100 - 1) = 31 \times 100 - 31 \times 1 = 3\,100 - 31 = 3\,069$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $7 \times 7 = 7^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 4 \times 5^2 = 20^2 \text{ » Faux. } 4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100, \text{ alors que } 20^2 = 400. \text{ Le carré ne porte que sur 5.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$42 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 42 < 49 = 7^2) \quad 60 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 60 < 64 = 8^2)$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 101 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 101 < 121 = 11^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°169



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 1 = 4 \times 25 - 1 = 100 - 1 = 99$

$B = (4 \times 5)^2 - 1 = 20^2 - 1 = 400 - 1 = 399$

$C = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$

$D = (4 + 5)^2 = 9^2 = 81$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 3$: $x^2 + 3x = 3^2 + 3 \times 3 = 9 + 3 \times 3 = 9 + 9 = 18$

Pour $x = 10$: $x^2 + 3x = 10^2 + 3 \times 10 = 100 + 3 \times 10 = 100 + 30 = 130$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 400 : $20 \times 20 = 400$, c'est-à-dire $20^2 = 400$.

a) Le côté mesure 20 m.

$4 \times 20 = 80$

b) Le périmètre est de 80 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 290 et 362. » → encore 71 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 324, 361.

« Je suis divisible par 9. » → reste : 324.

Le nombre mystère est 324 ($324 = 18^2$).