



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°17



CAPU0017

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 30 et 35 par 5.
- **B** est la somme de 30 et du quotient de 35 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 7^2 + 3^2 \quad D = (5 + 1)^2 \quad E = 3 \times 4^2 - 18$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

921 divisé par 7 1 655 divisé par 17

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 222 par 14 ? Justifier.

$$(a) 222 = 14 \times 14 + 26 \quad (b) 222 = 14 \times 15 + 12 \quad (c) 222 = 14 \times 16 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes jeudi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 71 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 71 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 864					
265					
417					
3 470					
6 039					

2. Dans le nombre $28\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 86 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°17



CAPU0017

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 76 - 6 \times 8 \quad B = 28 \div 7 \times 3$$

$$C = (5 \times 5 - 3) \div 2 \quad D = 7,6 + 5 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 3 - 2 \times 2 = 8 \quad 5 \times 3 + 2 \times 9 = 153$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 17 \times 99 \quad F = 81 + 7,8 + 19 \quad G = 2,7 \times 1,3 + 2,7 \times 8,7$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 2 + 2 + 2 \quad 9 \times 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 4^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 0,3^2 = 0,9 \quad 4 \times 5^2 = 20^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

144 ; 73 ; 75 ; 125 ; 64 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 3 \quad B = (5 \times 4)^2 - 3$$

$$C = 2^2 + 5^2 \quad D = (2 + 5)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 6 = 5n$ est-elle vraie pour $n = 2$? Pour $n = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 138 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 129 et 183.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (30 + 35) \div 5 = 65 \div 5 = 13$

$B = 30 + 35 \div 5 = 30 + 7 = 37$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 7^2 + 3^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 7 et de 3.

$D = (5 + 1)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 5 et 1.

$E = 3 \times 4^2 - 18$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 4 et 18.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 131 = 917 \leq 921 < 924 = 7 \times 132$: le quotient est 131, le reste $921 - 917 = 4$.

$921 = 7 \times 131 + 4$, avec $4 < 7$.

$17 \times 97 = 1\,649 \leq 1\,655 < 1\,666 = 17 \times 98$: le quotient est 97, le reste $1\,655 - 1\,649 = 6$.

$1\,655 = 17 \times 97 + 6$, avec $6 < 17$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $222 = 14 \times 14 + 26$: le « reste » 26 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(b) $222 = 14 \times 15 + 12$: le reste 12 est bien inférieur à 14. ✓

(c) $222 = 14 \times 16 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 15, reste 12.

Comme $12 < 15$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 222 par 15 : quotient 14, reste 12.

3. $71 = 7 \times 10 + 1$

a) 71 jours font 10 semaines complètes et 1 jour.

Après 10 semaines complètes, on est de nouveau jeudi. Il reste à avancer de 1 jour : jeudi → vendredi.

b) Dans 71 jours, nous serons vendredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 864	oui	non	non	non	non
265	non	non	oui	non	non
417	non	oui	non	non	non
3 470	oui	non	oui	non	oui
6 039	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°17



CAPU0017

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 7\,864 \rightarrow 7 + 8 + 6 + 4 = 25 & 265 \rightarrow 2 + 6 + 5 = 13 & 417 \rightarrow 4 + 1 + 7 = 12 \\ 3\,470 \rightarrow 3 + 4 + 7 + 0 = 14 & 6\,039 \rightarrow 6 + 0 + 3 + 9 = 18 & \end{array}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $2 + 8 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 15$$

Une seule solution : 285.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 594, somme des chiffres 18.

« 86 est un multiple de 5. » **Faux.** $86 = 5 \times 17 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 76 - 6 \times 8 = 76 - 48 = 28$

$$B = 28 \div 7 \times 3 = 4 \times 3 = 12$$

$$C = (5 \times 5 - 3) \div 2 = (25 - 3) \div 2 = 22 \div 2 = 11$$

$$D = 7,6 + 5 \times 1,2 = 7,6 + 6 = 13,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 + (3 - 2) \times 2 = 6 + 1 \times 2 = 6 + 2 = 8$$

$$(5 \times 3 + 2) \times 9 = (15 + 2) \times 9 = 17 \times 9 = 153$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 17 \times 99 = 17 \times (100 - 1) = 17 \times 100 - 17 \times 1 = 1\,700 - 17 = 1\,683$$

$$F = 81 + 7,8 + 19 = 81 + 19 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$G = 2,7 \times 1,3 + 2,7 \times 8,7 = 2,7 \times (1,3 + 8,7) = 2,7 \times 10 = 27$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $9 \times 9 = 9^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } 4 \times 5^2 = 20^2 \text{ » Faux. } 4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100, \text{ alors que } 20^2 = 400. \text{ Le carré ne porte que sur 5.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$73 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 73 < 81 = 9^2) \quad 75 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 75 < 81 = 9^2)$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 4^2 - 3 = 5 \times 16 - 3 = 80 - 3 = 77$

$$B = (5 \times 4)^2 - 3 = 20^2 - 3 = 400 - 3 = 397$$

$$C = 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$$

$$D = (2 + 5)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 2 : n^2 + 6 = 2^2 + 6 = 4 + 6 = 10 \text{ et } 5n = 5 \times 2 = 10.$$

10 = 10 : l'égalité est vraie pour $n = 2$.

$$\text{Pour } n = 1 : n^2 + 6 = 1^2 + 6 = 1 + 6 = 7 \text{ et } 5n = 5 \times 1 = 5.$$

7 $\neq$ 5 : l'égalité est fausse pour $n = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 3$, et seulement pour 2 et 3.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 138 :

$$11^2 = 121 \leq 138 \text{ et } 12^2 = 144 > 138.$$

a) Elle mettra 11 dalles sur chaque côté.

$$138 - 121 = 17$$

b) Il lui restera 17 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 129 et 183. » $\rightarrow$ encore 53 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).