



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°170



CAPU0170

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 5.
- **B** est le carré du double de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5^2 - 17 \quad \mathbf{D} = (2 \times 4)^2 \quad \mathbf{E} = 6^2 + 3^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

785 divisé par 4 1 621 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 221 par 6 ? Justifier.

$$(a) 221 = 6 \times 37 - 1 \quad (b) 221 = 6 \times 35 + 11 \quad (c) 221 = 6 \times 36 + 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 52 cartes entre 6 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 760					
695					
7 137					
3 184					
327					

2. Dans le nombre $21\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 9 est un diviseur de 112.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°170



CAPU0170

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 54 - 6 \times 4 \quad B = 5 + 15 \div 3 \times 3$$

$$C = (5 \times 5 - 6) \div 2 \quad D = 3,9 + 2 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 4 + 8 - 7 = 53 \quad 8 - 4 + 2 - 2 = 0$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 45 \times 101 \quad F = 45 \times 52 + 45 \times 48 \quad G = 2 \times 45 \times 50$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$7 + 7 + 7 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$7^2 = 14 \quad 0^2 = 0 \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

36 ; 114 ; 64 ; 141 ; 49 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 6 \quad B = (2 \times 6)^2 - 6$$

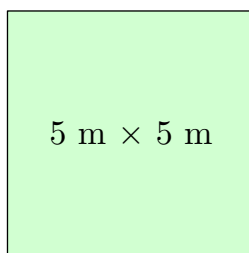
$$C = 5^2 + 2^2 \quad D = (5 + 2)^2$$

2. On pose $A = 4a^2 - 3$ et $B = (4a)^2 - 3$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 5 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 25 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 224 et 275.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°170



CAPU0170

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

$$B = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5^2 - 17$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 5 et 17.

$$D = (2 \times 4)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré du double de 4.}$$

$$E = 6^2 + 3^2 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme des carrés de 6 et de 3.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 196 = 784 \leq 785 < 788 = 4 \times 197$: le quotient est 196, le reste $785 - 784 = 1$.

$$\mathbf{785 = 4 \times 196 + 1}, \text{ avec } 1 < 4.$$

$$16 \times 101 = 1\,616 \leq 1\,621 < 1\,632 = 16 \times 102 : \text{le quotient est 101, le reste } 1\,621 - 1\,616 = 5.$$

$$\mathbf{1\,621 = 16 \times 101 + 5}, \text{ avec } 5 < 16.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $221 = 6 \times 37 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $221 = 6 \times 35 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(c) $221 = 6 \times 36 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 6. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 36, reste 5.

Comme $5 < 36$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 221 par 36 : quotient 6, reste 5.

3. $52 = 6 \times 8 + 4$, avec $4 < 6$

a) Chaque joueur reçoit 8 cartes.

b) La pioche contient 4 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 6 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 760	oui	oui	oui	oui	oui
695	non	non	oui	non	non
7 137	non	oui	non	oui	non
3 184	oui	non	non	non	non
327	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°170



CAPU0170

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 5\,760 \rightarrow 5 + 7 + 6 + 0 = 18 & 695 \rightarrow 6 + 9 + 5 = 20 & 7\,137 \rightarrow 7 + 1 + 3 + 7 = 18 \\ 3\,184 \rightarrow 3 + 1 + 8 + 4 = 16 & 327 \rightarrow 3 + 2 + 7 = 12 & \end{array}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $2 + 1 + \square = 3 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 3 ; \square = 6 : 9$$

2 solutions : 210, 216.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 60 est divisible par 3 ($60 = 3 \times 20$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 9 est un diviseur de 112. » **Faux.** $112 = 9 \times 12 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 54 - 6 \times 4 = 54 - 24 = 30$

$$B = 5 + 15 \div 3 \times 3 = 5 + 5 \times 3 = 5 + 15 = 20$$

$$C = (5 \times 5 - 6) \div 2 = (25 - 6) \div 2 = 19 \div 2 = 9,5$$

$$D = 3,9 + 2 \times 0,2 = 3,9 + 0,4 = 4,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (4 + 8) - 7 = 5 \times 12 - 7 = 60 - 7 = 53$$

$$8 - (4 + 2) - 2 = 8 - 6 - 2 = 2 - 2 = 0$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 45 \times 101 = 45 \times (100 + 1) = 45 \times 100 + 45 \times 1 = 4\,500 + 45 = 4\,545$$

$$F = 45 \times 52 + 45 \times 48 = 45 \times (52 + 48) = 45 \times 100 = 4\,500$$

$$G = 2 \times 45 \times 50 = 2 \times 50 \times 45 = 100 \times 45 = 4\,500$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $3 \times 3 = 3^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $7^2 = 14$ » **Faux.** $7^2 = 7 \times 7 = 49$. L'exposant ne multiplie pas : $7 \times 2 = 14$, c'est le double.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 114 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 114 < 121 = 11^2)$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 141 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 141 < 144 = 12^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 6^2 - 6 = 2 \times 36 - 6 = 72 - 6 = 66$

$$B = (2 \times 6)^2 - 6 = 12^2 - 6 = 144 - 6 = 138$$

$$C = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$$

$$D = (5 + 2)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4a^2 - 3 = 4 \times 5^2 - 3 = 4 \times 25 - 3 = 100 - 3 = 97$$

$$B = (4a)^2 - 3 = (4 \times 5)^2 - 3 = 20^2 - 3 = 400 - 3 = 397$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 4a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 25 = 4$: il y a 4 carreaux par mètre.

$$5 \times 4 = 20$$

a) Il faut 20 carreaux le long d'un côté.

$$20 \text{ rangées de } 20 \text{ carreaux : } 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

b) Il faut 400 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 224 et 275. » $\rightarrow$ encore 50 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 225, 256.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 256.

Le nombre mystère est 256 ($256 = 16^2$).