



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°171



CAPU0171

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 40 et 15 par 5.
- **B** est la somme de 40 et du quotient de 15 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 5 \times (6 - 3) \quad D = 1^2 + 6^2 \quad E = (2 \times 3)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

806 divisé par 8 813 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 309 par 8 ? Justifier.

$$(a) 309 = 8 \times 39 - 3 \quad (b) 309 = 8 \times 38 + 5 \quad (c) 309 = 8 \times 37 + 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 230 pages. Nina en lit 30 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 700					
237					
5 014					
6 939					
125					

2. Dans le nombre $15\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 192.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°171



CAPU0171

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 24 + 7 \times 3 \quad B = 9 \times 4 - 5 \times 2$$

$$C = (10 + 8) \times 4 - 2 \quad D = [2 + 4 \times (7 - 5)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 8 \times 8 + 4 = 101 \quad 7 + 2 - 2 - 2 = 9$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 41 \times 11 \quad F = 5 \times 87 \times 20 \quad G = 37 \times 25 - 37 \times 15$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 3 \times 3 \quad 8 + 8 + 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 5^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 0,3^2 = 0,9 \quad 6^2 = 12$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

133 ; 51 ; 57 ; 16 ; 144 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 8 \quad B = (2 \times 3)^2 - 8$$

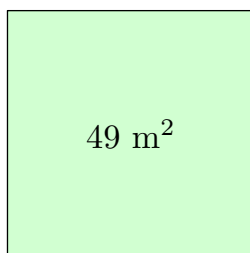
$$C = 1^2 + 3^2 \quad D = (1 + 3)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 18 = 9n$ est-elle vraie pour $n = 6$? Pour $n = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 49 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 134 et 180.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°171



CAPU0171

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (40 + 15) \div 5 = 55 \div 5 = 11$

$B = 40 + 15 \div 5 = 40 + 3 = 43$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 \times (6 - 3)$ est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 6 et 3.

$D = 1^2 + 6^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 1 et de 6.

$E = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 100 = 800 \leq 806 < 808 = 8 \times 101$: le quotient est 100, le reste $806 - 800 = 6$.

$806 = 8 \times 100 + 6$, avec $6 < 8$.

$26 \times 31 = 806 \leq 813 < 832 = 26 \times 32$: le quotient est 31, le reste $813 - 806 = 7$.

$813 = 26 \times 31 + 7$, avec $7 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $309 = 8 \times 39 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $309 = 8 \times 38 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 8. ✓

(c) $309 = 8 \times 37 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 38, reste 5.

Comme $5 < 38$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 309 par 38 : quotient 8, reste 5.

3. $230 = 30 \times 7 + 20$

En 7 soirs, elle lit 210 pages ; il lui en reste encore 20.

a) **Il lui faut $7 + 1 = 8$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 20 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 700	oui	non	oui	non	oui
237	non	oui	non	non	non
5 014	oui	non	non	non	non
6 939	non	oui	non	oui	non
125	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°171



CAPU0171

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 1\ 700 &\rightarrow 1 + 7 + 0 + 0 = 8 & 237 &\rightarrow 2 + 3 + 7 = 12 & 5\ 014 &\rightarrow 5 + 0 + 1 + 4 = 10 \\ 6\ 939 &\rightarrow 6 + 9 + 3 + 9 = 27 & 125 &\rightarrow 1 + 2 + 5 = 8 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $1 + 5 + \square = 6 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6$$

Une seule solution : 150.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 58 est pair mais $58 = 3 \times 19 + 1$.
« 8 est un diviseur de 192. » **Vrai.** $192 = 8 \times 24$: le reste de la division de 192 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 24 + 7 \times 3 = 24 + 21 = 45$

$$B = 9 \times 4 - 5 \times 2 = 36 - 10 = 26$$

$$C = (10 + 8) \times 4 - 2 = 18 \times 4 - 2 = 72 - 2 = 70$$

$$D = [2 + 4 \times (7 - 5)] \div 2 = [2 + 4 \times 2] \div 2 = [2 + 8] \div 2 = 10 \div 2 = 5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 + 8 \times (8 + 4) = 5 + 8 \times 12 = 5 + 96 = 101$$

$$7 + 2 - (2 - 2) = 7 + 2 - 0 = 9 - 0 = 9$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 41 \times 11 = 41 \times (10 + 1) = 41 \times 10 + 41 \times 1 = 410 + 41 = 451$$

$$F = 5 \times 87 \times 20 = 5 \times 20 \times 87 = 100 \times 87 = 8\ 700$$

$$G = 37 \times 25 - 37 \times 15 = 37 \times (25 - 15) = 37 \times 10 = 370$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $3 \times 3 = 3^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } 6^2 = 12 \text{ » Faux. } 6^2 = 6 \times 6 = 36. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 6 \times 2 = 12, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 51 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 51 < 64 = 8^2)$$

$$57 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 57 < 64 = 8^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$

$$133 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 133 < 144 = 12^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°171



CAPU0171

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 3^2 - 8 = 2 \times 9 - 8 = 18 - 8 = 10$

$$B = (2 \times 3)^2 - 8 = 6^2 - 8 = 36 - 8 = 28$$

$$C = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$$

$$D = (1 + 3)^2 = 4^2 = 16$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 6 : n^2 + 18 = 6^2 + 18 = 36 + 18 = 54 \text{ et } 9n = 9 \times 6 = 54.$$

54 = 54 : l'égalité est vraie pour $n = 6$.

$$\text{Pour } n = 1 : n^2 + 18 = 1^2 + 18 = 1 + 18 = 19 \text{ et } 9n = 9 \times 1 = 9.$$

19 $\neq$ 9 : l'égalité est fausse pour $n = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 3$, et seulement pour 6 et 3.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 49 : $7 \times 7 = 49$, c'est-à-dire $7^2 = 49$.

a) Le côté mesure 7 m.

$$4 \times 7 = 28$$

b) Le périmètre est de 28 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 134 et 180. » $\rightarrow$ encore 45 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).