



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°172



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 4.
- **B** est le double du carré de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 3 \times (9 - 8) \quad D = 26 - 6 \times 3 \quad E = (3 + 2)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

226 divisé par 5 1 991 divisé par 18

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 232 par 6 ? Justifier.

$$(a) 232 = 6 \times 38 + 4 \quad (b) 232 = 6 \times 37 + 10 \quad (c) 232 = 6 \times 39 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 207 pages. Nina en lit 25 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 219					
175					
5 404					
147					
3 830					

2. Dans le nombre $2\square 1$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 181 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°172



CAPU0172

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 6 + 3 \times 5 \quad B = 10 + 36 \div 9 \times 4$$

$$C = (4 + 11) \times 3 - 7 \quad D = 4 \times [33 - (3 + 4)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 3 - 2 + 7 = 32 \quad 4 + 7 - 5 - 2 = 8$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 0,25 + 12,5 \times 0,75 \quad F = 44 \times 101 \quad G = 2 \times 55 \times 50$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 \times 9 \quad 9 + 9 + 9 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 0,4 \times 0,4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 2^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 1^3 = 1 \quad 5^2 = 10$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

16 ; 100 ; 125 ; 75 ; 73 ; 111

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 5^2 - 7 \quad B = (2 \times 5)^2 - 7$$

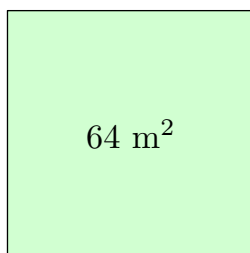
$$C = 3^2 + 2^2 \quad D = (3 + 2)^2$$

2. On pose $A = 2x^2 - 6$ et $B = (2x)^2 - 6$. Calculer A et B pour $x = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 64 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 51.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°172



CAPU0172

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 4)^2 = 8^2 = 64$

$B = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 3 \times (9 - 8)$ est un **produit** : c'est le produit de 3 par la différence entre 9 et 8.

$D = 26 - 6 \times 3$ est une **différence** : c'est la différence entre 26 et le produit de 6 par 3.

$E = (3 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 45 = 225 \leq 226 < 230 = 5 \times 46$: le quotient est 45, le reste $226 - 225 = 1$.

$226 = 5 \times 45 + 1$, avec $1 < 5$.

$18 \times 110 = 1\,980 \leq 1\,991 < 1\,998 = 18 \times 111$: le quotient est 110, le reste $1\,991 - 1\,980 = 11$.

$1\,991 = 18 \times 110 + 11$, avec $11 < 18$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $232 = 6 \times 38 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 6. ✓

(b) $232 = 6 \times 37 + 10$: le « reste » 10 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(c) $232 = 6 \times 39 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 38, reste 4.

Comme $4 < 38$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 232 par 38 : quotient 6, reste 4.

3. $207 = 25 \times 8 + 7$

En 8 soirs, elle lit 200 pages ; il lui en reste encore 7.

a) **Il lui faut $8 + 1 = 9$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 7 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 219	non	oui	non	oui	non
175	non	non	oui	non	non
5 404	oui	non	non	non	non
147	non	oui	non	non	non
3 830	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°172



CAPU0172

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\,219 &\rightarrow 6 + 2 + 1 + 9 = 18 & 175 &\rightarrow 1 + 7 + 5 = 13 & 5\,404 &\rightarrow 5 + 4 + 0 + 4 = 13 \\ 147 &\rightarrow 1 + 4 + 7 = 12 & 3\,830 &\rightarrow 3 + 8 + 3 + 0 = 14 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $2 + \square + 1 = 3 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 6 : 9$$

Une seule solution : 261.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 73 se termine par 3, mais $73 = 3 \times 24 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 181 est un multiple de 7. » **Faux.** $181 = 7 \times 25 + 6$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 6 + 3 \times 5 = 6 + 15 = 21$

$$B = 10 + 36 \div 9 \times 4 = 10 + 4 \times 4 = 10 + 16 = 26$$

$$C = (4 + 11) \times 3 - 7 = 15 \times 3 - 7 = 45 - 7 = 38$$

$$D = 4 \times [33 - (3 + 4)] = 4 \times [33 - 7] = 4 \times 26 = 104$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times (3 - 2 + 7) = 4 \times (1 + 7) = 4 \times 8 = 32$$

$$4 + 7 - (5 - 2) = 4 + 7 - 3 = 11 - 3 = 8$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 0,25 + 12,5 \times 0,75 = 12,5 \times (0,25 + 0,75) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$F = 44 \times 101 = 44 \times (100 + 1) = 44 \times 100 + 44 \times 1 = 4\,400 + 44 = 4\,444$$

$$G = 2 \times 55 \times 50 = 2 \times 50 \times 55 = 100 \times 55 = 5\,500$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $9 \times 9 = 9^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } 5^2 = 10 \text{ » Faux. } 5^2 = 5 \times 5 = 25. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 5 \times 2 = 10, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 73 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 73 < 81 = 9^2)$$

$$75 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 75 < 81 = 9^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$111 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 111 < 121 = 11^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°172



CAPU0172

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 5^2 - 7 = 2 \times 25 - 7 = 50 - 7 = 43$

$$B = (2 \times 5)^2 - 7 = 10^2 - 7 = 100 - 7 = 93$$

$$C = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$$

$$D = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2x^2 - 6 = 2 \times 5^2 - 6 = 2 \times 25 - 6 = 50 - 6 = 44$$

$$B = (2x)^2 - 6 = (2 \times 5)^2 - 6 = 10^2 - 6 = 100 - 6 = 94$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 2x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 64 : $8 \times 8 = 64$, c'est-à-dire $8^2 = 64$.

a) Le côté mesure 8 m.

$$4 \times 8 = 32$$

b) Le périmètre est de 32 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est côté², son périmètre 4 $\times$ côté.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 51. » $\rightarrow$ encore 49 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).