



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°173



CAPU0173

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 6.
- **B** est le carré du double de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (10 + 5) \div 5 \quad D = 2 \times 7^2 \quad E = 1^2 + 8^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

421 divisé par 4 702 divisé par 23

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 245 par 12 ? Justifier.

$$(a) 245 = 12 \times 21 - 7 \quad (b) 245 = 12 \times 19 + 17 \quad (c) 245 = 12 \times 20 + 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 250 pages. Nina en lit 20 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 260					
807					
2 236					
595					
6 633					

2. Dans le nombre $20\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 81.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°173



CAPU0173

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 5 + 4 \times 8 \quad B = 3 + 40 \div 8 \times 4$$

$$C = (11 + 5) \times 3 - 7 \quad D = [7 + 6 \times (7 - 3)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 9 - 5 - 3 = 16 \quad 9 + 2 \times 7 + 8 = 85$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 32 \times 99 \quad F = 5 \times 43 \times 20 \quad G = 2,7 \times 0,7 + 2,7 \times 0,3$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 \times 2 \times 2 \quad 7 \times 7 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 9 + 9 + 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 2^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 4^2 = 8$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

13 ; 122 ; 144 ; 64 ; 25 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 9 \quad B = (2 \times 6)^2 - 9$$

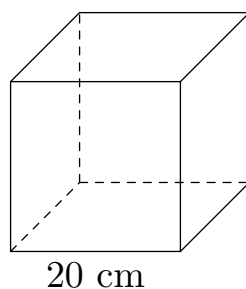
$$C = 2^2 + 5^2 \quad D = (2 + 5)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 7$ et $B = (5a)^2 - 7$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 20 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 118 et 151.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°173



CAPU0173

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

$B = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (10 + 5) \div 5$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 10 et 5 par 5.

$D = 2 \times 7^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 7.

$E = 1^2 + 8^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 1 et de 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 105 = 420 \leq 421 < 424 = 4 \times 106$: le quotient est 105, le reste $421 - 420 = 1$.

$421 = 4 \times 105 + 1$, avec $1 < 4$.

$23 \times 30 = 690 \leq 702 < 713 = 23 \times 31$: le quotient est 30, le reste $702 - 690 = 12$.

$702 = 23 \times 30 + 12$, avec $12 < 23$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $245 = 12 \times 21 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $245 = 12 \times 19 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(c) $245 = 12 \times 20 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 12. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 20, reste 5.

Comme $5 < 20$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 245 par 20 : quotient 12, reste 5.

3. $250 = 20 \times 12 + 10$

En 12 soirs, elle lit 240 pages ; il lui en reste encore 10.

a) **Il lui faut $12 + 1 = 13$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 10 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 260	oui	non	oui	non	oui
807	non	oui	non	non	non
2 236	oui	non	non	non	non
595	non	non	oui	non	non
6 633	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°173



CAPU0173

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\,260 &\rightarrow 6 + 2 + 6 + 0 = 14 & 807 &\rightarrow 8 + 0 + 7 = 15 & 2\,236 &\rightarrow 2 + 2 + 3 + 6 = 13 \\ 595 &\rightarrow 5 + 9 + 5 = 19 & 6\,633 &\rightarrow 6 + 6 + 3 + 3 = 18 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $2 + 0 + \square = 2 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 6$$

Une seule solution : 204.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 53 se termine par 3, mais $53 = 3 \times 17 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 3 est un diviseur de 81. » **Vrai.** $81 = 3 \times 27$: le reste de la division de 81 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 5 + 4 \times 8 = 5 + 32 = 37$

$$B = 3 + 40 \div 8 \times 4 = 3 + 5 \times 4 = 3 + 20 = 23$$

$$C = (11 + 5) \times 3 - 7 = 16 \times 3 - 7 = 48 - 7 = 41$$

$$D = [7 + 6 \times (7 - 3)] \div 2 = [7 + 6 \times 4] \div 2 = [7 + 24] \div 2 = 31 \div 2 = 15,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 + 9 - (5 - 3) = 9 + 9 - 2 = 18 - 2 = 16$$

$$(9 + 2) \times 7 + 8 = 11 \times 7 + 8 = 77 + 8 = 85$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 32 \times 99 = 32 \times (100 - 1) = 32 \times 100 - 32 \times 1 = 3\,200 - 32 = 3\,168$$

$$F = 5 \times 43 \times 20 = 5 \times 20 \times 43 = 100 \times 43 = 4\,300$$

$$G = 2,7 \times 0,7 + 2,7 \times 0,3 = 2,7 \times (0,7 + 0,3) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $7 \times 7 = 7^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$, qui n'est le carré d'aucun entier ($2^2 = 4$ et $3^2 = 9$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 4^2 = 8 \text{ » Faux. } 4^2 = 4 \times 4 = 16. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 4 \times 2 = 8, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$13 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 13 < 16 = 4^2) \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 122 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 122 < 144 = 12^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°173



CAPU0173

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 2 \times 6^2 - 9 = 2 \times 36 - 9 = 72 - 9 = 63$$

$$B = (2 \times 6)^2 - 9 = 12^2 - 9 = 144 - 9 = 135$$

$$C = 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$$

$$D = (2 + 5)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 7 = 5 \times 4^2 - 7 = 5 \times 16 - 7 = 80 - 7 = 73$$

$$B = (5a)^2 - 7 = (5 \times 4)^2 - 7 = 20^2 - 7 = 400 - 7 = 393$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

$$1. V = 20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\,000$$

a) Le volume est de 8 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$8\,000 \div 1\,000 = 8$$

b) L'aquarium contient 8 litres.

Autre façon de voir : 20 cm, c'est 2 fois 10 cm ; on range $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 118 et 151. » $\rightarrow$ encore 32 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).