



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°174



CAPU0174

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 9 et du produit de 2 par 9.
- **B** est le produit de la somme de 9 et 2 par 9.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 9^2 - 77 \quad D = (2 \times 5)^2 \quad E = 8^2 + 1^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

897 divisé par 7 552 divisé par 14

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 368 par 10 ? Justifier.

$$(a) 368 = 10 \times 37 - 2 \quad (b) 368 = 10 \times 36 + 8 \quad (c) 368 = 10 \times 35 + 18$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mercredi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 376 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 376 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
815					
1 300					
7 978					
1 917					
681					

2. Dans le nombre $8\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 6 est un diviseur de 165.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°174



CAPU0174

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 67 - 5 \times 3 \quad B = 6 \div 3 \times 2$$

$$C = (3 + 11) \times 2 - 11 \quad D = [5 + 4 \times (7 - 2)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 - 6 + 7 - 8 = 2 \quad 2 \times 7 + 2 \times 2 = 22$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 32 \times 11 \quad F = 35 \times 11 + 35 \times 89 \quad G = 24 + 5,05 + 76$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$10 \times 10 \quad 9 + 9 + 9 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 0,4 \times 0,4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 9^2 = 18 \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

20 ; 67 ; 8 ; 84 ; 144 ; 100

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 4 \quad B = (5 \times 5)^2 - 4$$

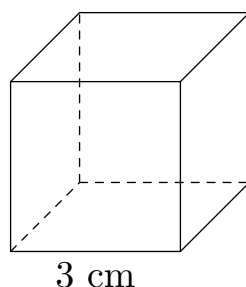
$$C = 2^2 + 7^2 \quad D = (2 + 7)^2$$

2. On pose $A = 5x^2 - 3$ et $B = (5x)^2 - 3$. Calculer A et B pour $x = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 3 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 74 et 113.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°174



CAPU0174

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 9 + 2 \times 9 = 9 + 18 = 27$

$B = (9 + 2) \times 9 = 11 \times 9 = 99$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9^2 - 77$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 9 et 77.

$D = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$E = 8^2 + 1^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 8 et de 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 128 = 896 \leq 897 < 903 = 7 \times 129$: le quotient est 128, le reste $897 - 896 = 1$.

$897 = 7 \times 128 + 1$, avec $1 < 7$.

$14 \times 39 = 546 \leq 552 < 560 = 14 \times 40$: le quotient est 39, le reste $552 - 546 = 6$.

$552 = 14 \times 39 + 6$, avec $6 < 14$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $368 = 10 \times 37 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $368 = 10 \times 36 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 10. ✓

(c) $368 = 10 \times 35 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 36, reste 8.

Comme $8 < 36$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 368 par 36 : quotient 10, reste 8.

3. $376 = 7 \times 53 + 5$

a) 376 jours font 53 semaines complètes et 5 jours.

Après 53 semaines complètes, on est de nouveau mercredi. Il reste à avancer de 5 jours : mercredi → jeudi → vendredi → samedi → dimanche → lundi.

b) Dans 376 jours, nous serons lundi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
815	non	non	oui	non	non
1 300	oui	non	oui	non	oui
7 978	oui	non	non	non	non
1 917	non	oui	non	oui	non
681	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°174



CAPU0174

Sommes des chiffres :

$$815 \rightarrow 8 + 1 + 5 = 14 \quad 1\,300 \rightarrow 1 + 3 + 0 + 0 = 4 \quad 7\,978 \rightarrow 7 + 9 + 7 + 8 = 31$$

$$1\,917 \rightarrow 1 + 9 + 1 + 7 = 18 \quad 681 \rightarrow 6 + 8 + 1 = 15$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 7 = 15 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 3 : 18$$

Une seule solution : 837.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 963, somme des chiffres 18.

« 6 est un diviseur de 165. » **Faux.** $165 = 6 \times 27 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 67 - 5 \times 3 = 67 - 15 = 52$

$$B = 6 \div 3 \times 2 = 2 \times 2 = 4$$

$$C = (3 + 11) \times 2 - 11 = 14 \times 2 - 11 = 28 - 11 = 17$$

$$D = [5 + 4 \times (7 - 2)] \div 2 = [5 + 4 \times 5] \div 2 = [5 + 20] \div 2 = 25 \div 2 = 12,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 - (6 + 7 - 8) = 7 - (13 - 8) = 7 - 5 = 2$$

$$2 \times (7 + 2 \times 2) = 2 \times (7 + 4) = 2 \times 11 = 22$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 32 \times 11 = 32 \times (10 + 1) = 32 \times 10 + 32 \times 1 = 320 + 32 = 352$$

$$F = 35 \times 11 + 35 \times 89 = 35 \times (11 + 89) = 35 \times 100 = 3\,500$$

$$G = 24 + 5,05 + 76 = 24 + 76 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $10 \times 10 = 10^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 9^2 = 18 \text{ » Faux. } 9^2 = 9 \times 9 = 81. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 9 \times 2 = 18, \text{ c'est le double.}$$

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 20 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 20 < 25 = 5^2)$$

$$67 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 67 < 81 = 9^2) \quad 84 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 84 < 100 = 10^2)$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°174



CAPU0174

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 5^2 - 4 = 5 \times 25 - 4 = 125 - 4 = 121$

$$B = (5 \times 5)^2 - 4 = 25^2 - 4 = 625 - 4 = 621$$

$$C = 2^2 + 7^2 = 4 + 49 = 53$$

$$D = (2 + 7)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5x^2 - 3 = 5 \times 5^2 - 3 = 5 \times 25 - 3 = 125 - 3 = 122$$

$$B = (5x)^2 - 3 = (5 \times 5)^2 - 3 = 25^2 - 3 = 625 - 3 = 622$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 5x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 3 petits cubes sur 3 : $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

a) On voit 9 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 3 couches de 9 petits cubes : $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

b) Il a utilisé 27 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $3 - 2 = 1$ petits cubes d'arête. $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$.

c) 1 petit cube n'a aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 74 et 113. » $\rightarrow$ encore 38 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).