



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°175



CAPU0175

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 18 et 2 par 3.
- **B** est la différence entre 18 et le produit de 2 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 19 + 36 \div 4 \quad \mathbf{D} = (4 + 7)^2 \quad \mathbf{E} = 4 \times 5^2 - 15$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

583 divisé par 5 2 476 divisé par 14

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 151 par 15 ? Justifier.

$$(a) 151 = 15 \times 10 + 1 \quad (b) 151 = 15 \times 9 + 16 \quad (c) 151 = 15 \times 11 - 14$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 213 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
501					
5 373					
7 898					
1 990					
785					

2. Dans le nombre $4\square6$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 176.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°175



CAPU0175

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 88 - 4 \times 5 \quad B = 7 \times 8 - 4 \times 3$$

$$C = (7 \times 5 - 1) \div 4 \quad D = 4 \times [29 - (2 + 3)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 6 + 7 + 5 = 126 \quad 3 \times 6 + 8 - 2 = 40$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 42 \times 101 \quad F = 27 \times 84 - 27 \times 74 \quad G = 5 \times 86 \times 20$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \quad 4 + 4 + 4 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 4^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,3^2 = 0,9 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 37 ; 100 ; 25 ; 64 ; 111

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 2 \quad B = (4 \times 4)^2 - 2$$

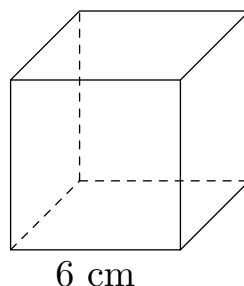
$$C = 3^2 + 7^2 \quad D = (3 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $8n^2$ pour $n = 6$, puis pour $n = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 6 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 42 et 119.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°175



CAPU0175

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (18 - 2) \times 3 = 16 \times 3 = 48$

$B = 18 - 2 \times 3 = 18 - 6 = 12$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 19 + 36 \div 4$ est une **somme** : c'est la somme de 19 et du quotient de 36 par 4.

$D = (4 + 7)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 4 et 7.

$E = 4 \times 5^2 - 15$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 5 et 15.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 116 = 580 \leq 583 < 585 = 5 \times 117$: le quotient est 116, le reste $583 - 580 = 3$.

$583 = 5 \times 116 + 3$, avec $3 < 5$.

$14 \times 176 = 2\,464 \leq 2\,476 < 2\,478 = 14 \times 177$: le quotient est 176, le reste $2\,476 - 2\,464 = 12$.

$2\,476 = 14 \times 176 + 12$, avec $12 < 14$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $151 = 15 \times 10 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 15. ✓

(b) $151 = 15 \times 9 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(c) $151 = 15 \times 11 - 14$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 10, reste 1.

Comme $1 < 10$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 151 par 10 : quotient 15, reste 1.

3. $213 = 6 \times 35 + 3$, avec $3 < 6$

a) Elle remplit 35 boîtes pleines.

b) Il reste 3 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
501	non	oui	non	non	non
5 373	non	oui	non	oui	non
7 898	oui	non	non	non	non
1 990	oui	non	oui	non	oui
785	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°175



CAPU0175

Sommes des chiffres :

$$501 \rightarrow 5 + 0 + 1 = 6 \quad 5\,373 \rightarrow 5 + 3 + 7 + 3 = 18 \quad 7\,898 \rightarrow 7 + 8 + 9 + 8 = 32$$
$$1\,990 \rightarrow 1 + 9 + 9 + 0 = 19 \quad 785 \rightarrow 7 + 8 + 5 = 20$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 6 = 10 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12; \square = 5 : 15; \square = 8 : 18$$

3 solutions : 426, 456, 486.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 98 est pair mais $98 = 3 \times 32 + 2$.
« 8 est un diviseur de 176. » **Vrai.** $176 = 8 \times 22$: le reste de la division de 176 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 88 - 4 \times 5 = 88 - 20 = 68$

$$B = 7 \times 8 - 4 \times 3 = 56 - 12 = 44$$

$$C = (7 \times 5 - 1) \div 4 = (35 - 1) \div 4 = 34 \div 4 = 8,5$$

$$D = 4 \times [29 - (2 + 3)] = 4 \times [29 - 5] = 4 \times 24 = 96$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (6 + 7 + 5) = 7 \times (13 + 5) = 7 \times 18 = 126$$

$$3 \times (6 + 8) - 2 = 3 \times 14 - 2 = 42 - 2 = 40$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 42 \times 101 = 42 \times (100 + 1) = 42 \times 100 + 42 \times 1 = 4\,200 + 42 = 4\,242$$

$$F = 27 \times 84 - 27 \times 74 = 27 \times (84 - 74) = 27 \times 10 = 270$$

$$G = 5 \times 86 \times 20 = 5 \times 20 \times 86 = 100 \times 86 = 8\,600$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 = 5^2 \quad 4 \times 4 \times 4 = 4^3 \quad 1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64 \quad 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64 \quad 0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $0,3^2 = 0,9$ » **Faux.** $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 37 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 37 < 49 = 7^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$111 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 111 < 121 = 11^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°175



CAPU0175

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 4^2 - 2 = 4 \times 16 - 2 = 64 - 2 = 62$

$B = (4 \times 4)^2 - 2 = 16^2 - 2 = 256 - 2 = 254$

$C = 3^2 + 7^2 = 9 + 49 = 58$

$D = (3 + 7)^2 = 10^2 = 100$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 6$: $8n^2 = 8 \times 6^2 = 8 \times 36 = 288$

Pour $n = 0,5$: $8n^2 = 8 \times 0,5^2 = 8 \times 0,25 = 2$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 6 petits cubes sur 6 : $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

a) On voit 36 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 6 couches de 36 petits cubes : $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

b) Il a utilisé 216 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $6 - 2 = 4$ petits cubes d'arête. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

c) 64 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 42 et 119. » $\rightarrow$ encore 76 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64, 81, 100.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 49, 81.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).