



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°176



CAPU0176

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 2 et du produit de 5 par 3.
- **B** est le produit de la somme de 2 et 5 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 + 3)^3 \quad D = 7 \times (17 - 10) \quad E = (4 + 4) \div 2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$954 \text{ divisé par } 4 \quad 356 \text{ divisé par } 24$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 160 par 6 ? Justifier.

$$(a) 160 = 6 \times 26 + 4 \quad (b) 160 = 6 \times 27 - 2 \quad (c) 160 = 6 \times 25 + 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes vendredi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 193 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 193 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 842					
8 560					
147					
7 047					
235					

2. Dans le nombre $82\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 44 est un multiple de 4.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 34 - 2 + 11 \quad B = 8 \times 3 - 4 \times 2$$

$$C = (3 + 6) \times 6 - 18 \quad D = 3 \times [37 - (8 + 6)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 6 \times 4 - 3 = 29 \quad 5 + 9 \times 2 + 9 = 104$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 15 \times 99 \quad F = 58 + 7,8 + 42 \quad G = 45 \times 77 - 45 \times 67$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \times 4 \quad 11 \times 11 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 5 + 5 + 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 5^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 4 \times 4^2 = 16^2 \quad 3^3 = 9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

59 ; 41 ; 62 ; 27 ; 144 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 5^2 - 8 \quad B = (2 \times 5)^2 - 8$$

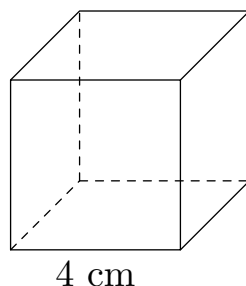
$$C = 1^2 + 3^2 \quad D = (1 + 3)^2$$

2. Calculer l'expression $4n^2$ pour $n = 2$, puis pour $n = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 4 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 108 et 145.
sible par 9.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°176



CAPU0176

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 + 5 \times 3 = 2 + 15 = 17$

$$B = (2 + 5) \times 3 = 7 \times 3 = 21$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

$$D = 7 \times (17 - 10) \text{ est un } \mathbf{produit} : \text{c'est le produit de 7 par la différence entre 17 et 10.}$$

$$E = (4 + 4) \div 2 \text{ est un } \mathbf{quotient} : \text{c'est le quotient de la somme de 4 et 4 par 2.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 238 = 952 \leq 954 < 956 = 4 \times 239$: le quotient est 238, le reste $954 - 952 = 2$.

$$954 = 4 \times 238 + 2, \text{ avec } 2 < 4.$$

$$24 \times 14 = 336 \leq 356 < 360 = 24 \times 15 : \text{le quotient est 14, le reste } 356 - 336 = 20.$$

$$356 = 24 \times 14 + 20, \text{ avec } 20 < 24.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $160 = 6 \times 26 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 6. ✓

(b) $160 = 6 \times 27 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $160 = 6 \times 25 + 10$: le « reste » 10 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 26, reste 4.

Comme $4 < 26$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 160 par 26 : quotient 6, reste 4.

3. $193 = 7 \times 27 + 4$

a) 193 jours font 27 semaines complètes et 4 jours.

Après 27 semaines complètes, on est de nouveau vendredi. Il reste à avancer de 4 jours : vendredi → samedi → dimanche → lundi → mardi.

b) Dans 193 jours, nous serons mardi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 842	oui	non	non	non	non
8 560	oui	non	oui	non	oui
147	non	oui	non	non	non
7 047	non	oui	non	oui	non
235	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°176



CAPU0176

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 8\,842 &\rightarrow 8 + 8 + 4 + 2 = 22 & 8\,560 &\rightarrow 8 + 5 + 6 + 0 = 19 & 147 &\rightarrow 1 + 4 + 7 = 12 \\ 7\,047 &\rightarrow 7 + 0 + 4 + 7 = 18 & 235 &\rightarrow 2 + 3 + 5 = 10 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $8 + 2 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12 ; \square = 8 : 18$$

2 solutions : 822, 828.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 21 est divisible par 3 ($21 = 3 \times 7$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 3, n'est pas dans la table de 9).

« 44 est un multiple de 4. » **Vrai.** $44 = 4 \times 11$: le reste de la division de 44 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 34 - 2 + 11 = 32 + 11 = 43$

$$B = 8 \times 3 - 4 \times 2 = 24 - 8 = 16$$

$$C = (3 + 6) \times 6 - 18 = 9 \times 6 - 18 = 54 - 18 = 36$$

$$D = 3 \times [37 - (8 + 6)] = 3 \times [37 - 14] = 3 \times 23 = 69$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(2 + 6) \times 4 - 3 = 8 \times 4 - 3 = 32 - 3 = 29$$

$$5 + 9 \times (2 + 9) = 5 + 9 \times 11 = 5 + 99 = 104$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 15 \times 99 = 15 \times (100 - 1) = 15 \times 100 - 15 \times 1 = 1\,500 - 15 = 1\,485$$

$$F = 58 + 7,8 + 42 = 58 + 42 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$G = 45 \times 77 - 45 \times 67 = 45 \times (77 - 67) = 45 \times 10 = 450$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $11 \times 11 = 11^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 4 \times 4^2 = 16^2 \text{ » Faux. } 4 \times 4^2 = 4 \times 16 = 64, \text{ alors que } 16^2 = 256. \text{ Le carré ne porte que sur 4.}$$

$$\text{« } 3^3 = 9 \text{ » Faux. } 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27, \text{ et non } 3 \times 3.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 41 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 41 < 49 = 7^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 59 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 59 < 64 = 8^2)$$

$$62 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 62 < 64 = 8^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°176



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 5^2 - 8 = 2 \times 25 - 8 = 50 - 8 = 42$

$$B = (2 \times 5)^2 - 8 = 10^2 - 8 = 100 - 8 = 92$$

$$C = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$$

$$D = (1 + 3)^2 = 4^2 = 16$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 2$: $4n^2 = 4 \times 2^2 = 4 \times 4 = 16$

Pour $n = 0,5$: $4n^2 = 4 \times 0,5^2 = 4 \times 0,25 = 1$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 4 petits cubes sur 4 : $4^2 = 4 \times 4 = 16$.

a) On voit 16 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 4 couches de 16 petits cubes : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

b) Il a utilisé 64 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $4 - 2 = 2$ petits cubes d'arête. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

c) 8 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 108 et 145. » $\rightarrow$ encore 36 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).