



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°177



CAPU0177

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 4 et de 7.
- **B** est le carré de la somme de 4 et 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 8 \times (16 - 7) \quad \mathbf{D} = 20 - 2 \times 6 \quad \mathbf{E} = 5^2 + 3^2$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

541 divisé par 8      1 106 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 250 par 8 ? Justifier.

$$(a) 250 = 8 \times 31 + 2 \quad (b) 250 = 8 \times 32 - 6 \quad (c) 250 = 8 \times 30 + 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mercredi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 389 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 389 jours ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 1 798  |       |       |       |       |        |
| 7 749  |       |       |       |       |        |
| 475    |       |       |       |       |        |
| 291    |       |       |       |       |        |
| 2 160  |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $6\square 2$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 4 est un diviseur de 120.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°177



CAPU0177

### Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 15 + 3 \times 9 \quad B = 12 \div 3 \times 2$$

$$C = 70 - 5 \times (18 - 9) \quad D = 7,1 + 2 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 5 + 7 + 9 = 105 \quad 5 + 7 \times 3 + 8 = 82$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 15 \times 9 \quad F = 37 \times 79 - 37 \times 69 \quad G = 8 \times 20 \times 125$$

### Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \times 4 \quad 11 \times 11 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 4 + 4 + 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$8^2 = 16 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 64 ; 115 ; 43 ; 8 ; 144

### Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 6^2 - 5 \quad B = (5 \times 6)^2 - 5$$

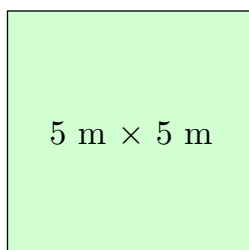
$$C = 7^2 + 2^2 \quad D = (7 + 2)^2$$

2. L'égalité  $n^2 + 6 = 5n$  est-elle vraie pour  $n = 5$  ? Pour  $n = 2$  ?

### Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 5 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 43 et 112.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.

Mon chiffre des unités est 1.



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°177



CAPU0177

## Correction

### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$

$B = (4 + 7)^2 = 11^2 = 121$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = 8 \times (16 - 7)$  est un **produit** : c'est le produit de 8 par la différence entre 16 et 7.

$D = 20 - 2 \times 6$  est une **différence** : c'est la différence entre 20 et le produit de 2 par 6.

$E = 5^2 + 3^2$  est une **somme** : c'est la somme des carrés de 5 et de 3.

### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $8 \times 67 = 536 \leq 541 < 544 = 8 \times 68$  : le quotient est 67, le reste  $541 - 536 = 5$ .

$541 = 8 \times 67 + 5$ , avec  $5 < 8$ .

$13 \times 85 = 1\,105 \leq 1\,106 < 1\,118 = 13 \times 86$  : le quotient est 85, le reste  $1\,106 - 1\,105 = 1$ .

$1\,106 = 13 \times 85 + 1$ , avec  $1 < 13$ .

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 8$  » :

(a)  $250 = 8 \times 31 + 2$  : le reste 2 est bien inférieur à 8. ✓

(b)  $250 = 8 \times 32 - 6$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

(c)  $250 = 8 \times 30 + 10$  : le « reste » 10 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

**C'est l'égalité (a) : quotient 31, reste 2.**

Comme  $2 < 31$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 250 par 31 : quotient 8, reste 2.

3.  $389 = 7 \times 55 + 4$

**a) 389 jours font 55 semaines complètes et 4 jours.**

Après 55 semaines complètes, on est de nouveau mercredi. Il reste à avancer de 4 jours : mercredi → jeudi → vendredi → samedi → dimanche.

**b) Dans 389 jours, nous serons dimanche.**

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 1 798  | oui   | non   | non   | non   | non    |
| 7 749  | non   | oui   | non   | oui   | non    |
| 475    | non   | non   | oui   | non   | non    |
| 291    | non   | oui   | non   | non   | non    |
| 2 160  | oui   | oui   | oui   | oui   | oui    |



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°177



CAPU0177

Sommes des chiffres :

$$1\ 798 \rightarrow 1 + 7 + 9 + 8 = 25 \quad 7\ 749 \rightarrow 7 + 7 + 4 + 9 = 27 \quad 475 \rightarrow 4 + 7 + 5 = 16$$
$$291 \rightarrow 2 + 9 + 1 = 12 \quad 2\ 160 \rightarrow 2 + 1 + 6 + 0 = 9$$

2. Somme des chiffres :  $6 + \square + 2 = 8 + \square$ . Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 1 : 9$$

**Une seule solution : 612.**

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 24 est divisible par 3 ( $24 = 3 \times 8$ ) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 4 est un diviseur de 120. » **Vrai.**  $120 = 4 \times 30$  : le reste de la division de 120 par 4 est nul.

### Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, **de gauche à droite**.

1.  $A = 15 + 3 \times 9 = 15 + 27 = 42$

$$B = 12 \div 3 \times 2 = 4 \times 2 = 8$$

$$C = 70 - 5 \times (18 - 9) = 70 - 5 \times 9 = 70 - 45 = 25$$

$$D = 7,1 + 2 \times 0,2 = 7,1 + 0,4 = 7,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (5 + 7 + 9) = 5 \times (12 + 9) = 5 \times 21 = 105$$

$$5 + 7 \times (3 + 8) = 5 + 7 \times 11 = 5 + 77 = 82$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 15 \times 9 = 15 \times (10 - 1) = 15 \times 10 - 15 \times 1 = 150 - 15 = 135$$

$$F = 37 \times 79 - 37 \times 69 = 37 \times (79 - 69) = 37 \times 10 = 370$$

$$G = 8 \times 20 \times 125 = 8 \times 125 \times 20 = 1\ 000 \times 20 = 20\ 000$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

### Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $4 \times 4 \times 4 = 4^3$      $11 \times 11 = 11^2$      $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2.  $12^2 = 12 \times 12 = 144$      $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$      $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. «  $8^2 = 16$  » **Faux.**  $8^2 = 8 \times 8 = 64$ . L'exposant ne multiplie pas :  $8 \times 2 = 16$ , c'est le double.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple :  $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$ , qui n'est le carré d'aucun entier ( $2^2 = 4$  et  $3^2 = 9$ ). Cela arrive parfois ( $3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$ ), mais pas toujours.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 43 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 43 < 49 = 7^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$115 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 115 < 121 = 11^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



## Exercice 6 — Correction

**Les puissances passent avant les multiplications** — mais après les parenthèses.

1.  $A = 5 \times 6^2 - 5 = 5 \times 36 - 5 = 180 - 5 = 175$

$$B = (5 \times 6)^2 - 5 = 30^2 - 5 = 900 - 5 = 895$$

$$C = 7^2 + 2^2 = 49 + 4 = 53$$

$$D = (7 + 2)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$  : dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $5 \times 6$ . Et  $C \neq D$  : **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour  $n = 5$  :  $n^2 + 6 = 5^2 + 6 = 25 + 6 = 31$  et  $5n = 5 \times 5 = 25$ .

**$31 \neq 25$  : l'égalité est fausse pour  $n = 5$ .**

Pour  $n = 2$  :  $n^2 + 6 = 2^2 + 6 = 4 + 6 = 10$  et  $5n = 5 \times 2 = 10$ .

**$10 = 10$  : l'égalité est vraie pour  $n = 2$ .**

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour  $n = 3$ , et seulement pour 2 et 3.)

## Exercice 7 — Correction

1.  $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$  et  $100 \div 50 = 2$  : il y a 2 carreaux par mètre.

$$5 \times 2 = 10$$

**a) Il faut 10 carreaux le long d'un côté.**

10 rangées de 10 carreaux :  $10^2 = 10 \times 10 = 100$

**b) Il faut 100 carreaux en tout.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 43 et 112. »  $\rightarrow$  encore 68 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. »  $\rightarrow$  reste : 49, 64, 81, 100.

« Je ne suis pas divisible par 2. »  $\rightarrow$  reste : 49, 81.

« Mon chiffre des unités est 1. »  $\rightarrow$  reste : 81.

**Le nombre mystère est 81 ( $81 = 9^2$ ).**