



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°178



CAPU0178

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 10 et du produit de 9 par 5.
- **B** est le produit de la somme de 10 et 9 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5 + 4 \times 8 \quad \mathbf{D} = (2 \times 6)^2 \quad \mathbf{E} = 3 \times (6 - 3)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

923 divisé par 8 1 340 divisé par 27

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 467 par 15 ? Justifier.

$$(a) 467 = 15 \times 30 + 17 \quad (b) 467 = 15 \times 32 - 13 \quad (c) 467 = 15 \times 31 + 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 199 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 759					
291					
545					
7 170					
7 058					

2. Dans le nombre $27\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 105 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°178



CAPU0178

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 34 - 3 + 14 \quad B = 8 \times 3 - 4 \times 2$$

$$C = 65 - 3 \times (10 - 5) \quad D = [2 + 3 \times (12 - 1)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 5 \times 4 \times 7 = 182 \quad 9 + 4 \times 4 \times 6 = 150$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 8 \times 33 \times 125 \quad F = 2,7 \times 0,4 + 2,7 \times 0,6 \quad G = 36 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 7 + 7 + 7 \quad 6 \times 6 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 2^3 = 3^2 \quad 4^3 = 12$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

25 ; 77 ; 125 ; 91 ; 100 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 5 \quad B = (4 \times 2)^2 - 5$$

$$C = 6^2 + 7^2 \quad D = (6 + 7)^2$$

2. On pose $A = 4a^2 - 1$ et $B = (4a)^2 - 1$. Calculer A et B pour $a = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 108 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 120 et 167. Je suis le carré d'un nombre entier. Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°178



CAPU0178

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 10 + 9 \times 5 = 10 + 45 = 55$

$B = (10 + 9) \times 5 = 19 \times 5 = 95$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 + 4 \times 8$ est une **somme** : c'est la somme de 5 et du produit de 4 par 8.

$D = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

$E = 3 \times (6 - 3)$ est un **produit** : c'est le produit de 3 par la différence entre 6 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 115 = 920 \leq 923 < 928 = 8 \times 116$: le quotient est 115, le reste $923 - 920 = 3$.

$923 = 8 \times 115 + 3$, avec $3 < 8$.

$27 \times 49 = 1\,323 \leq 1\,340 < 1\,350 = 27 \times 50$: le quotient est 49, le reste $1\,340 - 1\,323 = 17$.

$1\,340 = 27 \times 49 + 17$, avec $17 < 27$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $467 = 15 \times 30 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(b) $467 = 15 \times 32 - 13$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $467 = 15 \times 31 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 15. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 31, reste 2.

Comme $2 < 31$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 467 par 31 : quotient 15, reste 2.

3. $199 = 6 \times 33 + 1$, avec $1 < 6$

a) Elle remplit 33 boîtes pleines.

b) Il reste 1 œuf.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 759	non	oui	non	oui	non
291	non	oui	non	non	non
545	non	non	oui	non	non
7 170	oui	oui	oui	non	oui
7 058	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°178



CAPU0178

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 6\,759 \rightarrow 6 + 7 + 5 + 9 = 27 & 291 \rightarrow 2 + 9 + 1 = 12 & 545 \rightarrow 5 + 4 + 5 = 14 \\ 7\,170 \rightarrow 7 + 1 + 7 + 0 = 15 & 7\,058 \rightarrow 7 + 0 + 5 + 8 = 20 & \end{array}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $2 + 7 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9$$

Une seule solution : 270.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais $13 = 3 \times 4 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 105 est un multiple de 7. » **Vrai.** $105 = 7 \times 15$: le reste de la division de 105 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 34 - 3 + 14 = 31 + 14 = 45$

$$B = 8 \times 3 - 4 \times 2 = 24 - 8 = 16$$

$$C = 65 - 3 \times (10 - 5) = 65 - 3 \times 5 = 65 - 15 = 50$$

$$D = [2 + 3 \times (12 - 1)] \div 5 = [2 + 3 \times 11] \div 5 = [2 + 33] \div 5 = 35 \div 5 = 7$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(6 + 5 \times 4) \times 7 = (6 + 20) \times 7 = 26 \times 7 = 182$$

$$(9 + 4 \times 4) \times 6 = (9 + 16) \times 6 = 25 \times 6 = 150$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 8 \times 33 \times 125 = 8 \times 125 \times 33 = 1\,000 \times 33 = 33\,000$$

$$F = 2,7 \times 0,4 + 2,7 \times 0,6 = 2,7 \times (0,4 + 0,6) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

$$G = 36 \times 101 = 36 \times (100 + 1) = 36 \times 100 + 36 \times 1 = 3\,600 + 36 = 3\,636$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $6 \times 6 = 6^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 4^3 = 12 \text{ » Faux. } 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64, \text{ et non } 3 \times 4.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$77 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 77 < 81 = 9^2) \quad 91 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 91 < 100 = 10^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°178



CAPU0178

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 5 = 4 \times 4 - 5 = 16 - 5 = 11$

$$B = (4 \times 2)^2 - 5 = 8^2 - 5 = 64 - 5 = 59$$

$$C = 6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$$

$$D = (6 + 7)^2 = 13^2 = 169$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4a^2 - 1 = 4 \times 3^2 - 1 = 4 \times 9 - 1 = 36 - 1 = 35$$

$$B = (4a)^2 - 1 = (4 \times 3)^2 - 1 = 12^2 - 1 = 144 - 1 = 143$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 4a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 108 :

$$10^2 = 100 \leq 108 \text{ et } 11^2 = 121 > 108.$$

a) Elle mettra 10 dalles sur chaque côté.

$$108 - 100 = 8$$

b) Il lui restera 8 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 120 et 167. » $\rightarrow$ encore 46 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).