



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°179



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 1 et de 7.
- **B** est le carré de la somme de 1 et 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 4)^2 \quad D = 9^2 - 21 \quad E = 7 + 24 \div 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$182 \text{ divisé par } 4 \quad 421 \text{ divisé par } 20$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 229 par 6 ? Justifier.

$$(a) 229 = 6 \times 37 + 7 \quad (b) 229 = 6 \times 38 + 1 \quad (c) 229 = 6 \times 39 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 52 cartes entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
565					
2 817					
267					
1 610					
4 222					

2. Dans le nombre $5\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 135 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°179



CAPU0179

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 83 - 3 \times 8 \quad B = 16 + 64 \div 8 \times 4$$

$$C = (8 \times 4 - 7) \div 2 \quad D = 3 \times [36 - (2 + 7)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 2 \times 4 + 4 = 84 \quad 7 \times 9 + 3 \times 4 = 147$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 24 \times 9 \quad F = 12,5 \times 0,4 + 12,5 \times 0,6 \quad G = 70 + 5,05 + 30$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 6 \times 6 \quad 4 + 4 + 4 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 3^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(5 + 1)^2 = 5^2 + 1^2 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

144 ; 1 000 ; 36 ; 147 ; 63 ; 72

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 2^2 - 7 \quad B = (2 \times 2)^2 - 7$$

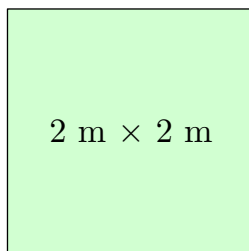
$$C = 7^2 + 3^2 \quad D = (7 + 3)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 12 = 8n$ est-elle vraie pour $n = 6$? Pour $n = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 2 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 189 et 230.
Je suis divisible par 3.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°179



CAPU0179

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$

$B = (1 + 7)^2 = 8^2 = 64$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

$D = 9^2 - 21$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 9 et 21.

$E = 7 + 24 \div 6$ est une **somme** : c'est la somme de 7 et du quotient de 24 par 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 45 = 180 \leq 182 < 184 = 4 \times 46$: le quotient est 45, le reste $182 - 180 = 2$.

$182 = 4 \times 45 + 2$, avec $2 < 4$.

$20 \times 21 = 420 \leq 421 < 440 = 20 \times 22$: le quotient est 21, le reste $421 - 420 = 1$.

$421 = 20 \times 21 + 1$, avec $1 < 20$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $229 = 6 \times 37 + 7$: le « reste » 7 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(b) $229 = 6 \times 38 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 6. ✓

(c) $229 = 6 \times 39 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 38, reste 1.

Comme $1 < 38$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 229 par 38 : quotient 6, reste 1.

3. $52 = 7 \times 7 + 3$, avec $3 < 7$

a) Chaque joueur reçoit 7 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
565	non	non	oui	non	non
2 817	non	oui	non	oui	non
267	non	oui	non	non	non
1 610	oui	non	oui	non	oui
4 222	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°179



CAPU0179

Sommes des chiffres :

$$565 \rightarrow 5 + 6 + 5 = 16 \quad 2\,817 \rightarrow 2 + 8 + 1 + 7 = 18 \quad 267 \rightarrow 2 + 6 + 7 = 15$$

$$1\,610 \rightarrow 1 + 6 + 1 + 0 = 8 \quad 4\,222 \rightarrow 4 + 2 + 2 + 2 = 10$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 4 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 9 : 18$$

2 solutions : 504, 594.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 12 est divisible par 3 ($12 = 3 \times 4$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 3, n'est pas dans la table de 9).

« 135 est un multiple de 5. » **Vrai.** $135 = 5 \times 27$: le reste de la division de 135 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 83 - 3 \times 8 = 83 - 24 = 59$

$$B = 16 + 64 \div 8 \times 4 = 16 + 8 \times 4 = 16 + 32 = 48$$

$$C = (8 \times 4 - 7) \div 2 = (32 - 7) \div 2 = 25 \div 2 = 12,5$$

$$D = 3 \times [36 - (2 + 7)] = 3 \times [36 - 9] = 3 \times 27 = 81$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (2 \times 4 + 4) = 7 \times (8 + 4) = 7 \times 12 = 84$$

$$7 \times (9 + 3 \times 4) = 7 \times (9 + 12) = 7 \times 21 = 147$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 24 \times 9 = 24 \times (10 - 1) = 24 \times 10 - 24 \times 1 = 240 - 24 = 216$$

$$F = 12,5 \times 0,4 + 12,5 \times 0,6 = 12,5 \times (0,4 + 0,6) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$G = 70 + 5,05 + 30 = 70 + 30 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $6 \times 6 = 6^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $(5 + 1)^2 = 5^2 + 1^2$ » **Faux.** $(5 + 1)^2 = 6^2 = 36$, alors que $5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 63 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 63 < 64 = 8^2)$$

$$72 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 72 < 81 = 9^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$

$$147 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 147 < 169 = 13^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°179



CAPU0179

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 2^2 - 7 = 2 \times 4 - 7 = 8 - 7 = 1$

$$B = (2 \times 2)^2 - 7 = 4^2 - 7 = 16 - 7 = 9$$

$$C = 7^2 + 3^2 = 49 + 9 = 58$$

$$D = (7 + 3)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 6 : n^2 + 12 = 6^2 + 12 = 36 + 12 = 48 \text{ et } 8n = 8 \times 6 = 48.$$

48 = 48 : l'égalité est vraie pour $n = 6$.

$$\text{Pour } n = 1 : n^2 + 12 = 1^2 + 12 = 1 + 12 = 13 \text{ et } 8n = 8 \times 1 = 8.$$

13 $\neq$ 8 : l'égalité est fausse pour $n = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 2$, et seulement pour 6 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$$2 \times 2 = 4$$

a) Il faut 4 carreaux le long d'un côté.

$$4 \text{ rangées de 4 carreaux : } 4^2 = 4 \times 4 = 16$$

b) Il faut 16 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 189 et 230. » $\rightarrow$ encore 40 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 196, 225.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).