



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°18



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 1 et 6.
- **B** est la somme des carrés de 1 et de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (17 + 4) \div 3 \quad \mathbf{D} = (12 + 4) \times 5 \quad \mathbf{E} = 4 + 5 \times 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$474 \text{ divisé par } 8 \quad 2\,379 \text{ divisé par } 29$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 355 par 9 ? Justifier.

$$(a) \, 355 = 9 \times 39 + 4 \quad (b) \, 355 = 9 \times 38 + 13 \quad (c) \, 355 = 9 \times 40 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes lundi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 205 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 205 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
681					
7 641					
4 110					
3 152					
925					

2. Dans le nombre $5\square 8$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 78.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°18



CAPU0018

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 9 + 3 \times 7 \quad B = 16 \div 8 \times 3$$

$$C = (9 \times 3 - 8) \div 4 \quad D = 3,7 + 5 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 2 \times 9 - 3 = 20 \quad 4 + 4 + 5 \times 6 = 78$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 5 \times 91 \times 20 \quad F = 3,6 \times 0,4 + 3,6 \times 0,6 \quad G = 29 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$7 + 7 + 7 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 4^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 2^3 = 3^2 \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

32 ; 36 ; 64 ; 122 ; 27 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 2 \quad B = (2 \times 3)^2 - 2$$

$$C = 7^2 + 4^2 \quad D = (7 + 4)^2$$

2. On pose $A = 2a^2 - 6$ et $B = (2a)^2 - 6$. Calculer A et B pour $a = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 161 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 2 et 48.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°18



CAPU0018

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (1 + 6)^2 = 7^2 = 49$

$B = 1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (17 + 4) \div 3$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 17 et 4 par 3.

$D = (12 + 4) \times 5$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 12 et 4 par 5.

$E = 4 + 5 \times 5$ est une **somme** : c'est la somme de 4 et du produit de 5 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 59 = 472 \leq 474 < 480 = 8 \times 60$: le quotient est 59, le reste $474 - 472 = 2$.

$474 = 8 \times 59 + 2$, avec $2 < 8$.

$29 \times 82 = 2\,378 \leq 2\,379 < 2\,407 = 29 \times 83$: le quotient est 82, le reste $2\,379 - 2\,378 = 1$.

$2\,379 = 29 \times 82 + 1$, avec $1 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $355 = 9 \times 39 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 9. ✓

(b) $355 = 9 \times 38 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(c) $355 = 9 \times 40 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 39, reste 4.

Comme $4 < 39$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 355 par 39 : quotient 9, reste 4.

3. $205 = 7 \times 29 + 2$

a) 205 jours font 29 semaines complètes et 2 jours.

Après 29 semaines complètes, on est de nouveau lundi. Il reste à avancer de 2 jours : lundi → mardi → mercredi.

b) Dans 205 jours, nous serons mercredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
681	non	oui	non	non	non
7 641	non	oui	non	oui	non
4 110	oui	oui	oui	non	oui
3 152	oui	non	non	non	non
925	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°18



CAPU0018

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 681 &\rightarrow 6 + 8 + 1 = 15 & 7\,641 &\rightarrow 7 + 6 + 4 + 1 = 18 & 4\,110 &\rightarrow 4 + 1 + 1 + 0 = 6 \\ 3\,152 &\rightarrow 3 + 1 + 5 + 2 = 11 & 925 &\rightarrow 9 + 2 + 5 = 16 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 8 = 13 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 5 : 18$$

Une seule solution : 558.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 73 se termine par 3, mais $73 = 3 \times 24 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 3 est un diviseur de 78. » **Vrai.** $78 = 3 \times 26$: le reste de la division de 78 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 9 + 3 \times 7 = 9 + 21 = 30$

$$B = 16 \div 8 \times 3 = 2 \times 3 = 6$$

$$C = (9 \times 3 - 8) \div 4 = (27 - 8) \div 4 = 19 \div 4 = 4,75$$

$$D = 3,7 + 5 \times 1,5 = 3,7 + 7,5 = 11,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 + 2 \times (9 - 3) = 8 + 2 \times 6 = 8 + 12 = 20$$

$$(4 + 4 + 5) \times 6 = (8 + 5) \times 6 = 13 \times 6 = 78$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 5 \times 91 \times 20 = 5 \times 20 \times 91 = 100 \times 91 = 9\,100$$

$$F = 3,6 \times 0,4 + 3,6 \times 0,6 = 3,6 \times (0,4 + 0,6) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$G = 29 \times 9 = 29 \times (10 - 1) = 29 \times 10 - 29 \times 1 = 290 - 29 = 261$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $5 \times 5 = 5^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 32 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 32 < 36 = 6^2)$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 122 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 122 < 144 = 12^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 3^2 - 2 = 2 \times 9 - 2 = 18 - 2 = 16$

$$B = (2 \times 3)^2 - 2 = 6^2 - 2 = 36 - 2 = 34$$

$$C = 7^2 + 4^2 = 49 + 16 = 65$$

$$D = (7 + 4)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2a^2 - 6 = 2 \times 3^2 - 6 = 2 \times 9 - 6 = 18 - 6 = 12$$

$$B = (2a)^2 - 6 = (2 \times 3)^2 - 6 = 6^2 - 6 = 36 - 6 = 30$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 2a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 161 :

$$12^2 = 144 \leq 161 \text{ et } 13^2 = 169 > 161.$$

a) Elle mettra 12 dalles sur chaque côté.

$$161 - 144 = 17$$

b) Il lui restera 17 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 2 et 48. » $\rightarrow$ encore 45 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).