



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°180



CAPU0180

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 1 et de 6.
- **B** est le carré de la somme de 1 et 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times (8 - 4) \quad D = 20 - 2 \times 3 \quad E = 10 + 27 \div 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

128 divisé par 5 545 divisé par 18

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 203 par 6 ? Justifier.

$$(a) 203 = 6 \times 33 + 5 \quad (b) 203 = 6 \times 34 - 1 \quad (c) 203 = 6 \times 32 + 11$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 243 pages. Nina en lit 18 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 810					
3 008					
717					
5 787					
385					

2. Dans le nombre $7\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 100 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°180



CAPU0180

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 21 - 11 + 4 \quad B = 8 \times 7 - 4 \times 4$$

$$C = (5 + 9) \times 6 - 14 \quad D = [8 + 4 \times (6 - 4)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 8 - 9 + 3 = 60 \quad 6 \times 5 \times 6 - 3 = 162$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 3,6 \times 0,25 + 3,6 \times 0,75 \quad F = 44 \times 99 \quad G = 84 + 3,45 + 16$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 9 + 9 + 9 \quad 7 \times 7 \quad 5 \times 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,3^2 = 0,9 \quad 0^2 = 0 \quad (3 + 5)^2 = 3^2 + 5^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 78 ; 16 ; 90 ; 121 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 5^2 - 3 \quad B = (4 \times 5)^2 - 3$$

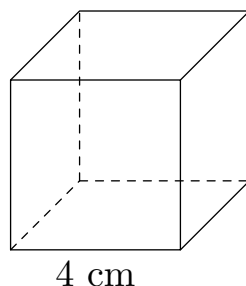
$$C = 5^2 + 3^2 \quad D = (5 + 3)^2$$

2. On pose $A = 4x^2 - 1$ et $B = (4x)^2 - 1$. Calculer A et B pour $x = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 4 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 2 et 37.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.

Je ne suis pas divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°180



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37$

$B = (1 + 6)^2 = 7^2 = 49$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times (8 - 4)$ est un **produit** : c'est le produit de 2 par la différence entre 8 et 4.

$D = 20 - 2 \times 3$ est une **différence** : c'est la différence entre 20 et le produit de 2 par 3.

$E = 10 + 27 \div 9$ est une **somme** : c'est la somme de 10 et du quotient de 27 par 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 25 = 125 \leq 128 < 130 = 5 \times 26$: le quotient est 25, le reste $128 - 125 = 3$.

$128 = 5 \times 25 + 3$, avec $3 < 5$.

$18 \times 30 = 540 \leq 545 < 558 = 18 \times 31$: le quotient est 30, le reste $545 - 540 = 5$.

$545 = 18 \times 30 + 5$, avec $5 < 18$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $203 = 6 \times 33 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 6. ✓

(b) $203 = 6 \times 34 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $203 = 6 \times 32 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 33, reste 5.

Comme $5 < 33$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 203 par 33 : quotient 6, reste 5.

3. $243 = 18 \times 13 + 9$

En 13 soirs, elle lit 234 pages ; il lui en reste encore 9.

a) Il lui faut $13 + 1 = 14$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 9 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 810	oui	non	oui	non	oui
3 008	oui	non	non	non	non
717	non	oui	non	non	non
5 787	non	oui	non	oui	non
385	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°180



CAPU0180

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 7\,810 \rightarrow 7 + 8 + 1 + 0 = 16 & 3\,008 \rightarrow 3 + 0 + 0 + 8 = 11 & 717 \rightarrow 7 + 1 + 7 = 15 \\ 5\,787 \rightarrow 5 + 7 + 8 + 7 = 27 & 385 \rightarrow 3 + 8 + 5 = 16 & \end{array}$$

2. Somme des chiffres : $7 + \square + 2 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 9 : 18$$

2 solutions : 702, 792.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 42 est divisible par 3 ($42 = 3 \times 14$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 100 est un multiple de 5. » **Vrai.** $100 = 5 \times 20$: le reste de la division de 100 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 21 - 11 + 4 = 10 + 4 = 14$

$$B = 8 \times 7 - 4 \times 4 = 56 - 16 = 40$$

$$C = (5 + 9) \times 6 - 14 = 14 \times 6 - 14 = 84 - 14 = 70$$

$$D = [8 + 4 \times (6 - 4)] \div 2 = [8 + 4 \times 2] \div 2 = [8 + 8] \div 2 = 16 \div 2 = 8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times 8 - (9 + 3) = 9 \times 8 - 12 = 72 - 12 = 60$$

$$6 \times (5 \times 6 - 3) = 6 \times (30 - 3) = 6 \times 27 = 162$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 3,6 \times 0,25 + 3,6 \times 0,75 = 3,6 \times (0,25 + 0,75) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$F = 44 \times 99 = 44 \times (100 - 1) = 44 \times 100 - 44 \times 1 = 4\,400 - 44 = 4\,356$$

$$G = 84 + 3,45 + 16 = 84 + 16 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $7 \times 7 = 7^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $0,3^2 = 0,9$ » **Faux.** $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } (3 + 5)^2 = 3^2 + 5^2 \text{ » Faux. } (3 + 5)^2 = 8^2 = 64, \text{ alors que } 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$78 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 78 < 81 = 9^2) \quad 90 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 90 < 100 = 10^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 3 = 4 \times 25 - 3 = 100 - 3 = 97$

$$B = (4 \times 5)^2 - 3 = 20^2 - 3 = 400 - 3 = 397$$

$$C = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$$

$$D = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4x^2 - 1 = 4 \times 3^2 - 1 = 4 \times 9 - 1 = 36 - 1 = 35$$

$$B = (4x)^2 - 1 = (4 \times 3)^2 - 1 = 12^2 - 1 = 144 - 1 = 143$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 4x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 4 petits cubes sur 4 : $4^2 = 4 \times 4 = 16$.

a) On voit 16 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 4 couches de 16 petits cubes : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

b) Il a utilisé 64 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $4 - 2 = 2$ petits cubes d'arête. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

c) 8 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 2 et 37. » $\rightarrow$ encore 34 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 9, 25.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).