



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°181



CAPU0181

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 4 et 14 par 2.
- **B** est la somme de 4 et du quotient de 14 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 5)^2 \quad D = 26 - 4 \times 4 \quad E = (2 + 3)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

502 divisé par 5 1 110 divisé par 19

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 227 par 6 ? Justifier.

$$(a) 227 = 6 \times 37 + 5 \quad (b) 227 = 6 \times 36 + 11 \quad (c) 227 = 6 \times 38 - 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 74 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 136					
7 821					
147					
785					
1 530					

2. Dans le nombre $3\square 3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 180 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°181



CAPU0181

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 73 - 5 \times 2 \quad B = 5 \times 3 - 4 \times 3$$

$$C = (12 + 9) \times 4 - 6 \quad D = 5,2 + 6 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 6 \times 7 + 8 = 106 \quad 7 \times 6 \times 6 - 9 = 189$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 16 \times 11 \quad F = 8 \times 77 \times 125 \quad G = 39 \times 30 + 39 \times 70$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$10 \times 10 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 8 + 8 + 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 2^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad 2 \times 3^2 = 6^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

36 ; 125 ; 144 ; 119 ; 64 ; 94

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 5^2 - 6 \quad B = (2 \times 5)^2 - 6$$

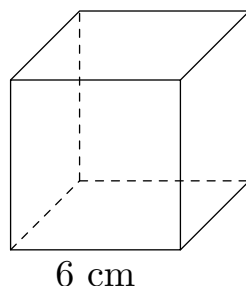
$$C = 2^2 + 3^2 \quad D = (2 + 3)^2$$

2. On pose $A = 4x^2 - 6$ et $B = (4x)^2 - 6$. Calculer A et B pour $x = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 6 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 16 et 73.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°181



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (4 + 14) \div 2 = 18 \div 2 = 9$

$B = 4 + 14 \div 2 = 4 + 7 = 11$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$D = 26 - 4 \times 4$ est une **différence** : c'est la différence entre 26 et le produit de 4 par 4.

$E = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 100 = 500 \leq 502 < 505 = 5 \times 101$: le quotient est 100, le reste $502 - 500 = 2$.

$502 = 5 \times 100 + 2$, avec $2 < 5$.

$19 \times 58 = 1\,102 \leq 1\,110 < 1\,121 = 19 \times 59$: le quotient est 58, le reste $1\,110 - 1\,102 = 8$.

$1\,110 = 19 \times 58 + 8$, avec $8 < 19$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $227 = 6 \times 37 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 6. ✓

(b) $227 = 6 \times 36 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(c) $227 = 6 \times 38 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 37, reste 5.

Comme $5 < 37$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 227 par 37 : quotient 6, reste 5.

3. $74 = 15 \times 4 + 14$

4 minibus pleins transportent 60 élèves ; il en reste 14 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $4 + 1 = 5$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 14 = 1$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°181



CAPU0181

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 136	oui	non	non	non	non
7 821	non	oui	non	oui	non
147	non	oui	non	non	non
785	non	non	oui	non	non
1 530	oui	oui	oui	oui	oui

Sommes des chiffres :

$$6\ 136 \rightarrow 6 + 1 + 3 + 6 = 16 \quad 7\ 821 \rightarrow 7 + 8 + 2 + 1 = 18 \quad 147 \rightarrow 1 + 4 + 7 = 12$$

$$785 \rightarrow 7 + 8 + 5 = 20 \quad 1\ 530 \rightarrow 1 + 5 + 3 + 0 = 9$$

2. Somme des chiffres : $3 + \square + 3 = 6 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 3 : 9$$

Une seule solution : 333.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 180 est un multiple de 6. » **Vrai.** $180 = 6 \times 30$: le reste de la division de 180 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 73 - 5 \times 2 = 73 - 10 = 63$

$$B = 5 \times 3 - 4 \times 3 = 15 - 12 = 3$$

$$C = (12 + 9) \times 4 - 6 = 21 \times 4 - 6 = 84 - 6 = 78$$

$$D = 5,2 + 6 \times 0,5 = 5,2 + 3 = 8,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(8 + 6) \times 7 + 8 = 14 \times 7 + 8 = 98 + 8 = 106$$

$$7 \times (6 \times 6 - 9) = 7 \times (36 - 9) = 7 \times 27 = 189$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 16 \times 11 = 16 \times (10 + 1) = 16 \times 10 + 16 \times 1 = 160 + 16 = 176$$

$$F = 8 \times 77 \times 125 = 8 \times 125 \times 77 = 1\ 000 \times 77 = 77\ 000$$

$$G = 39 \times 30 + 39 \times 70 = 39 \times (30 + 70) = 39 \times 100 = 3\ 900$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°181



CAPU0181

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $10 \times 10 = 10^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $8^3 = 512$.

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux**. $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $2 \times 3^2 = 6^2$ » **Faux**. $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$, alors que $6^2 = 36$. Le carré ne porte que sur 3.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$36 = 6^2$: **carré** $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** !

94 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 94 < 100 = 10^2$) 119 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 119 < 121 = 11^2$)

$125 = 5^3$: **cube** $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 5^2 - 6 = 2 \times 25 - 6 = 50 - 6 = 44$

$B = (2 \times 5)^2 - 6 = 10^2 - 6 = 100 - 6 = 94$

$C = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

$D = (2 + 3)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 4x^2 - 6 = 4 \times 4^2 - 6 = 4 \times 16 - 6 = 64 - 6 = 58$

$B = (4x)^2 - 6 = (4 \times 4)^2 - 6 = 16^2 - 6 = 256 - 6 = 250$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 4x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 6 petits cubes sur 6 : $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

a) On voit 36 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 6 couches de 36 petits cubes : $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

b) Il a utilisé 216 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $6 - 2 = 4$ petits cubes d'arête. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

c) 64 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 16 et 73. » $\rightarrow$ encore 56 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 25, 36, 49, 64.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 36, 64.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°181



CAPU0181

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).