



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°182



CAPU0182

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 16 et le produit de 3 par 4.
- **B** est le produit de la différence entre 16 et 3 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (7 + 1)^2 \quad D = 5^2 - 5 \quad E = 4 \times (14 - 10)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

778 divisé par 7 1 261 divisé par 11

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 529 par 14 ? Justifier.

$$(a) 529 = 14 \times 38 - 3 \quad (b) 529 = 14 \times 36 + 25 \quad (c) 529 = 14 \times 37 + 11$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 32 cartes entre 6 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
655					
741					
7 004					
1 940					
7 047					

2. Dans le nombre $3\square5$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 106.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°182



CAPU0182

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 4 + 9 \times 6 \quad B = 2 + 25 \div 5 \times 2$$

$$C = (8 + 4) \times 4 - 19 \quad D = 7,6 + 2 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 + 9 \times 3 \times 5 = 155 \quad 3 + 9 + 9 \times 3 = 57$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 17 \times 101 \quad F = 3,6 \times 0,25 + 3,6 \times 0,75 \quad G = 8 \times 57 \times 125$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 12 \times 12 \quad 2 + 2 + 2 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 2^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$5^3 = 15 \quad 1^3 = 1 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

25 ; 125 ; 137 ; 71 ; 18 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 7 \quad B = (3 \times 4)^2 - 7$$

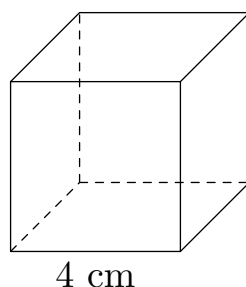
$$C = 1^2 + 7^2 \quad D = (1 + 7)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 6 = 7x$ est-elle vraie pour $x = 6$? Pour $x = 2$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 4 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 8 et 67.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 16 - 3 \times 4 = 16 - 12 = 4$

$B = (16 - 3) \times 4 = 13 \times 4 = 52$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (7 + 1)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 7 et 1.

$D = 5^2 - 5$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 5 et 5.

$E = 4 \times (14 - 10)$ est un **produit** : c'est le produit de 4 par la différence entre 14 et 10.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 111 = 777 \leq 778 < 784 = 7 \times 112$: le quotient est 111, le reste $778 - 777 = 1$.

$778 = 7 \times 111 + 1$, avec $1 < 7$.

$11 \times 114 = 1\,254 \leq 1\,261 < 1\,265 = 11 \times 115$: le quotient est 114, le reste $1\,261 - 1\,254 = 7$.

$1\,261 = 11 \times 114 + 7$, avec $7 < 11$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $529 = 14 \times 38 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $529 = 14 \times 36 + 25$: le « reste » 25 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(c) $529 = 14 \times 37 + 11$: le reste 11 est bien inférieur à 14. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 37, reste 11.

Comme $11 < 37$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 529 par 37 : quotient 14, reste 11.

3. $32 = 6 \times 5 + 2$, avec $2 < 6$

a) Chaque joueur reçoit 5 cartes.

b) La pioche contient 2 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 6 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
655	non	non	oui	non	non
741	non	oui	non	non	non
7 004	oui	non	non	non	non
1 940	oui	non	oui	non	oui
7 047	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°182



CAPU0182

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 655 &\rightarrow 6 + 5 + 5 = 16 & 741 &\rightarrow 7 + 4 + 1 = 12 & 7\,004 &\rightarrow 7 + 0 + 0 + 4 = 11 \\ 1\,940 &\rightarrow 1 + 9 + 4 + 0 = 14 & 7\,047 &\rightarrow 7 + 0 + 4 + 7 = 18 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $3 + \square + 5 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 1 : 9$$

Une seule solution : 315.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 828, somme des chiffres 18.

« 8 est un diviseur de 106. » **Faux.** $106 = 8 \times 13 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 4 + 9 \times 6 = 4 + 54 = 58$

$$B = 2 + 25 \div 5 \times 2 = 2 + 5 \times 2 = 2 + 10 = 12$$

$$C = (8 + 4) \times 4 - 19 = 12 \times 4 - 19 = 48 - 19 = 29$$

$$D = 7,6 + 2 \times 1,5 = 7,6 + 3 = 10,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(4 + 9 \times 3) \times 5 = (4 + 27) \times 5 = 31 \times 5 = 155$$

$$3 + (9 + 9) \times 3 = 3 + 18 \times 3 = 3 + 54 = 57$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 17 \times 101 = 17 \times (100 + 1) = 17 \times 100 + 17 \times 1 = 1\,700 + 17 = 1\,717$$

$$F = 3,6 \times 0,25 + 3,6 \times 0,75 = 3,6 \times (0,25 + 0,75) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$G = 8 \times 57 \times 125 = 8 \times 125 \times 57 = 1\,000 \times 57 = 57\,000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $12 \times 12 = 12^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $5^3 = 15$ » **Faux.** $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, et non 3×5 .

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$18 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 18 < 25 = 5^2) \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 71 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 71 < 81 = 9^2)$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 137 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 137 < 144 = 12^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 7 = 3 \times 16 - 7 = 48 - 7 = 41$

$B = (3 \times 4)^2 - 7 = 12^2 - 7 = 144 - 7 = 137$

$C = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$

$D = (1 + 7)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 6$: $x^2 + 6 = 6^2 + 6 = 36 + 6 = 42$ et $7x = 7 \times 6 = 42$.

42 = 42 : l'égalité est vraie pour $x = 6$.

Pour $x = 2$: $x^2 + 6 = 2^2 + 6 = 4 + 6 = 10$ et $7x = 7 \times 2 = 14$.

10 $\neq$ 14 : l'égalité est fausse pour $x = 2$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 1$, et seulement pour 6 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 4 petits cubes sur 4 : $4^2 = 4 \times 4 = 16$.

a) On voit 16 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 4 couches de 16 petits cubes : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

b) Il a utilisé 64 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $4 - 2 = 2$ petits cubes d'arête. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

c) 8 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 8 et 67. » $\rightarrow$ encore 58 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 27, 64.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).