



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°183



CAPU0183

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 3 et du produit de 2 par 7.
- **B** est le produit de la somme de 3 et 2 par 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 3)^2 \quad D = (2 + 16) \div 9 \quad E = 48 - 7 \times 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

907 divisé par 3 687 divisé par 15

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 434 par 15 ? Justifier.

$$(a) 434 = 15 \times 28 + 14 \quad (b) 434 = 15 \times 29 - 1 \quad (c) 434 = 15 \times 27 + 29$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes dimanche.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 387 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 387 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
475					
4 779					
141					
3 364					
8 870					

2. Dans le nombre $4\square 9$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 87 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°183



CAPU0183

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 10 + 4 \times 9 \quad B = 7 \times 2 - 2 \times 5$$

$$C = (4 \times 8 - 1) \div 4 \quad D = 6,9 + 2 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 3 - 3 - 3 = 6 \quad 3 + 2 \times 5 - 6 = 19$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 40 \times 50 \quad F = 45 \times 101 \quad G = 38 \times 22 - 38 \times 12$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 5 \times 5 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 6 + 6 + 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad (4 + 2)^2 = 4^2 + 2^2 \quad 5^3 = 15$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

133 ; 143 ; 13 ; 144 ; 125 ; 81

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 2^2 - 3 \quad B = (3 \times 2)^2 - 3$$

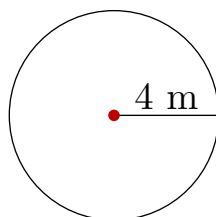
$$C = 3^2 + 4^2 \quad D = (3 + 4)^2$$

2. On pose $A = 2x^2 - 9$ et $B = (2x)^2 - 9$. Calculer A et B pour $x = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 4 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 186 et 250.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°183



CAPU0183

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 3 + 2 \times 7 = 3 + 14 = 17$

$B = (3 + 2) \times 7 = 5 \times 7 = 35$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

$D = (2 + 16) \div 9$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 2 et 16 par 9.

$E = 48 - 7 \times 5$ est une **différence** : c'est la différence entre 48 et le produit de 7 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 302 = 906 \leq 907 < 909 = 3 \times 303$: le quotient est 302, le reste $907 - 906 = 1$.

$907 = 3 \times 302 + 1$, avec $1 < 3$.

$15 \times 45 = 675 \leq 687 < 690 = 15 \times 46$: le quotient est 45, le reste $687 - 675 = 12$.

$687 = 15 \times 45 + 12$, avec $12 < 15$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $434 = 15 \times 28 + 14$: le reste 14 est bien inférieur à 15. ✓

(b) $434 = 15 \times 29 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $434 = 15 \times 27 + 29$: le « reste » 29 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 28, reste 14.

Comme $14 < 28$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 434 par 28 : quotient 15, reste 14.

3. $387 = 7 \times 55 + 2$

a) 387 jours font 55 semaines complètes et 2 jours.

Après 55 semaines complètes, on est de nouveau dimanche. Il reste à avancer de 2 jours : dimanche → lundi → mardi.

b) Dans 387 jours, nous serons mardi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
475	non	non	oui	non	non
4 779	non	oui	non	oui	non
141	non	oui	non	non	non
3 364	oui	non	non	non	non
8 870	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°183



CAPU0183

Sommes des chiffres :

$$475 \rightarrow 4 + 7 + 5 = 16 \quad 4\,779 \rightarrow 4 + 7 + 7 + 9 = 27 \quad 141 \rightarrow 1 + 4 + 1 = 6$$
$$3\,364 \rightarrow 3 + 3 + 6 + 4 = 16 \quad 8\,870 \rightarrow 8 + 8 + 7 + 0 = 23$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 9 = 13 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 5 : 18$$

Une seule solution : 459.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 66 est divisible par 3 ($66 = 3 \times 22$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 87 est un multiple de 3. » **Vrai.** $87 = 3 \times 29$: le reste de la division de 87 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 10 + 4 \times 9 = 10 + 36 = 46$

$$B = 7 \times 2 - 2 \times 5 = 14 - 10 = 4$$

$$C = (4 \times 8 - 1) \div 4 = (32 - 1) \div 4 = 31 \div 4 = 7,75$$

$$D = 6,9 + 2 \times 0,5 = 6,9 + 1 = 7,9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times 3 - (3 - 3) = 2 \times 3 - 0 = 6 - 0 = 6$$

$$(3 + 2) \times 5 - 6 = 5 \times 5 - 6 = 25 - 6 = 19$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 40 \times 50 = 2 \times 50 \times 40 = 100 \times 40 = 4\,000$$

$$F = 45 \times 101 = 45 \times (100 + 1) = 45 \times 100 + 45 \times 1 = 4\,500 + 45 = 4\,545$$

$$G = 38 \times 22 - 38 \times 12 = 38 \times (22 - 12) = 38 \times 10 = 380$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $5 \times 5 = 5^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } (4 + 2)^2 = 4^2 + 2^2 \text{ » Faux. } (4 + 2)^2 = 6^2 = 36, \text{ alors que } 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20.$$

$$\text{« } 5^3 = 15 \text{ » Faux. } 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125, \text{ et non } 3 \times 5.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$13 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 13 < 16 = 4^2) \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 133 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 133 < 144 = 12^2)$$

$$143 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 143 < 144 = 12^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°183



CAPU0183

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 2^2 - 3 = 3 \times 4 - 3 = 12 - 3 = 9$

$$B = (3 \times 2)^2 - 3 = 6^2 - 3 = 36 - 3 = 33$$

$$C = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$D = (3 + 4)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2x^2 - 9 = 2 \times 4^2 - 9 = 2 \times 16 - 9 = 32 - 9 = 23$$

$$B = (2x)^2 - 9 = (2 \times 4)^2 - 9 = 8^2 - 9 = 64 - 9 = 55$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 2x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 4^2 = \pi \times 16 = 16\pi$

a) L'aire exacte est $16\pi \text{ m}^2$.

$$16 \times 3,14 = 50,24$$

b) L'aire vaut environ 50 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 4^2$, et non $(\pi \times 4)^2$. On élève 4 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 186 et 250. » $\rightarrow$ encore 63 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 196, 225.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 225.

Le nombre mystère est 225 ($225 = 15^2$).