



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°184



CAPU0184

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 3.
- **B** est le double du carré de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 24 - 4 \times 3 \quad D = (5 + 3) \times 7 \quad E = 12 + 3 \times 3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$884 \text{ divisé par } 7 \quad 354 \text{ divisé par } 21$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 384 par 11 ? Justifier.

$$(a) 384 = 11 \times 35 - 1 \quad (b) 384 = 11 \times 33 + 21 \quad (c) 384 = 11 \times 34 + 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 52 cartes entre 6 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
771					
5 913					
7 022					
1 260					
505					

2. Dans le nombre $2\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 69 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°184



CAPU0184

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 41 - 4 \times 8 \quad B = 21 \div 7 \times 2$$

$$C = (8 \times 7 - 2) \div 2 \quad D = 5 \times [29 - (3 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 + 9 + 8 \times 5 = 105 \quad 9 - 6 + 6 - 9 = 6$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 26 \times 99 \quad F = 4,5 \times 1,3 + 4,5 \times 8,7 \quad G = 2 \times 72 \times 5$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 3 + 3 + 3 \quad 7 \times 7 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 2^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0,2^2 = 0,4 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

$$27 ; 36 ; 121 ; 38 ; 94 ; 43$$

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 2^2 - 4 \quad B = (5 \times 2)^2 - 4$$

$$C = 7^2 + 5^2 \quad D = (7 + 5)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 2 = 3x$ est-elle vraie pour $x = 2$? Pour $x = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 95 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 143 et 177. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°184



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$

$B = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 24 - 4 \times 3$ est une **différence** : c'est la différence entre 24 et le produit de 4 par 3.

$D = (5 + 3) \times 7$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 5 et 3 par 7.

$E = 12 + 3 \times 3$ est une **somme** : c'est la somme de 12 et du produit de 3 par 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 126 = 882 \leq 884 < 889 = 7 \times 127$: le quotient est 126, le reste $884 - 882 = 2$.

$884 = 7 \times 126 + 2$, avec $2 < 7$.

$21 \times 16 = 336 \leq 354 < 357 = 21 \times 17$: le quotient est 16, le reste $354 - 336 = 18$.

$354 = 21 \times 16 + 18$, avec $18 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $384 = 11 \times 35 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $384 = 11 \times 33 + 21$: le « reste » 21 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $384 = 11 \times 34 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 34, reste 10.

Comme $10 < 34$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 384 par 34 : quotient 11, reste 10.

3. $52 = 6 \times 8 + 4$, avec $4 < 6$

a) **Chaque joueur reçoit 8 cartes.**

b) **La pioche contient 4 cartes.**

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 6 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
771	non	oui	non	non	non
5 913	non	oui	non	oui	non
7 022	oui	non	non	non	non
1 260	oui	oui	oui	oui	oui
505	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°184



CAPU0184

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 771 &\rightarrow 7 + 7 + 1 = 15 & 5\,913 &\rightarrow 5 + 9 + 1 + 3 = 18 & 7\,022 &\rightarrow 7 + 0 + 2 + 2 = 11 \\ 1\,260 &\rightarrow 1 + 2 + 6 + 0 = 9 & 505 &\rightarrow 5 + 0 + 5 = 10 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $2 + \square + 7 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 3 : 12 ; \square = 6 : 15 ; \square = 9 : 18$$

4 solutions : 207, 237, 267, 297.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 34 est pair mais $34 = 3 \times 11 + 1$.
« 69 est un multiple de 6. » **Faux.** $69 = 6 \times 11 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 41 - 4 \times 8 = 41 - 32 = 9$

$$B = 21 \div 7 \times 2 = 3 \times 2 = 6$$

$$C = (8 \times 7 - 2) \div 2 = (56 - 2) \div 2 = 54 \div 2 = 27$$

$$D = 5 \times [29 - (3 + 5)] = 5 \times [29 - 8] = 5 \times 21 = 105$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(4 + 9 + 8) \times 5 = (13 + 8) \times 5 = 21 \times 5 = 105$$

$$9 - (6 + 6 - 9) = 9 - (12 - 9) = 9 - 3 = 6$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 26 \times 99 = 26 \times (100 - 1) = 26 \times 100 - 26 \times 1 = 2\,600 - 26 = 2\,574$$

$$F = 4,5 \times 1,3 + 4,5 \times 8,7 = 4,5 \times (1,3 + 8,7) = 4,5 \times 10 = 45$$

$$G = 2 \times 72 \times 5 = 2 \times 5 \times 72 = 10 \times 72 = 720$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $7 \times 7 = 7^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$38 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (6^2 = 36 < 38 < 49 = 7^2) \quad 43 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (6^2 = 36 < 43 < 49 = 7^2)$$

$$94 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (9^2 = 81 < 94 < 100 = 10^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 2^2 - 4 = 5 \times 4 - 4 = 20 - 4 = 16$

$$B = (5 \times 2)^2 - 4 = 10^2 - 4 = 100 - 4 = 96$$

$$C = 7^2 + 5^2 = 49 + 25 = 74$$

$$D = (7 + 5)^2 = 12^2 = 144$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 2$: $x^2 + 2 = 2^2 + 2 = 4 + 2 = 6$ et $3x = 3 \times 2 = 6$.

6 = 6 : l'égalité est vraie pour $x = 2$.

Pour $x = 6$: $x^2 + 2 = 6^2 + 2 = 36 + 2 = 38$ et $3x = 3 \times 6 = 18$.

38 $\neq$ 18 : l'égalité est fausse pour $x = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 1$, et seulement pour 2 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 95 :

$$9^2 = 81 \leq 95 \text{ et } 10^2 = 100 > 95.$$

a) Elle mettra 9 dalles sur chaque côté.

$$95 - 81 = 14$$

b) Il lui restera 14 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 143 et 177. » $\rightarrow$ encore 33 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).