



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°185



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 4 et du produit de 4 par 6.
- **B** est le produit de la somme de 4 et 4 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (12 + 5) \times 8 \quad \mathbf{D} = (45 + 9) \div 6 \quad \mathbf{E} = 3 \times 8^2 - 12$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$227 \text{ divisé par } 4 \quad 1\,061 \text{ divisé par } 16$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 153 par 14 ? Justifier.

$$(a) \, 153 = 14 \times 10 + 13 \quad (b) \, 153 = 14 \times 11 - 1 \quad (c) \, 153 = 14 \times 9 + 27$$

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes lundi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 362 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 362 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 386					
7 101					
445					
831					
8 840					

2. Dans le nombre $73\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 173 est un multiple de 9.

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$\mathbf{A} = 27 + 8 \times 8 \quad \mathbf{B} = 11 + 6 \div 3 \times 3$$

$$\mathbf{C} = (5 + 12) \times 5 - 16 \quad \mathbf{D} = [7 + 4 \times (12 - 1)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 5 \times 9 - 9 = 180 \quad 3 \times 8 + 3 \times 7 = 189$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°185



3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$\mathbf{E} = 2 \times 59 \times 50 \quad \mathbf{F} = 34 \times 101 \quad \mathbf{G} = 13 \times 20 + 13 \times 80$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \times 6 \quad 4 + 4 + 4 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 2^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 3^3 = 9 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

$$47; 112; 16; 116; 81; 8$$

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$\mathbf{A} = 5 \times 4^2 - 6 \quad \mathbf{B} = (5 \times 4)^2 - 6$$

$$\mathbf{C} = 4^2 + 7^2 \quad \mathbf{D} = (4 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $a^2 + 6a$ pour $a = 5$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 143 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 129 et 203. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 9. Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°185



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 4 + 4 \times 6 = 4 + 24 = 28$

$$B = (4 + 4) \times 6 = 8 \times 6 = 48$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (12 + 5) \times 8$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 12 et 5 par 8.

$$D = (45 + 9) \div 6 \text{ est un } \mathbf{quotient} : \text{c'est le quotient de la somme de 45 et 9 par 6.}$$

$$E = 3 \times 8^2 - 12 \text{ est une } \mathbf{différence} : \text{c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 8 et 12.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 56 = 224 \leq 227 < 228 = 4 \times 57$: le quotient est 56, le reste $227 - 224 = 3$.

$$227 = 4 \times 56 + 3, \text{ avec } 3 < 4.$$

$$16 \times 66 = 1\,056 \leq 1\,061 < 1\,072 = 16 \times 67 : \text{le quotient est 66, le reste } 1\,061 - 1\,056 = 5.$$

$$1\,061 = 16 \times 66 + 5, \text{ avec } 5 < 16.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $153 = 14 \times 10 + 13$: le reste 13 est bien inférieur à 14. ✓

(b) $153 = 14 \times 11 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $153 = 14 \times 9 + 27$: le « reste » 27 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 10, reste 13.

3. $362 = 7 \times 51 + 5$

a) 362 jours font 51 semaines complètes et 5 jours.

Après 51 semaines complètes, on est de nouveau lundi. Il reste à avancer de 5 jours : lundi → mardi → mercredi → jeudi → vendredi → samedi.

b) Dans 362 jours, nous serons samedi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 386	oui	non	non	non	non
7 101	non	oui	non	oui	non
445	non	non	oui	non	non
831	non	oui	non	non	non
8 840	oui	non	oui	non	oui

Sommes des chiffres :



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°185



CAPU0185

$$3\ 386 \rightarrow 3 + 3 + 8 + 6 = 20 \quad 7\ 101 \rightarrow 7 + 1 + 0 + 1 = 9 \quad 445 \rightarrow 4 + 4 + 5 = 13$$

$$831 \rightarrow 8 + 3 + 1 = 12 \quad 8\ 840 \rightarrow 8 + 8 + 4 + 0 = 20$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $7 + 3 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12 ; \square = 8 : 18$$

2 solutions : 732, 738.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 173 est un multiple de 9. » **Faux.** $173 = 9 \times 19 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 27 + 8 \times 8 = 27 + 64 = 91$

$$B = 11 + 6 \div 3 \times 3 = 11 + 2 \times 3 = 11 + 6 = 17$$

$$C = (5 + 12) \times 5 - 16 = 17 \times 5 - 16 = 85 - 16 = 69$$

$$D = [7 + 4 \times (12 - 1)] \div 5 = [7 + 4 \times 11] \div 5 = [7 + 44] \div 5 = 51 \div 5 = 10,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (5 \times 9 - 9) = 5 \times (45 - 9) = 5 \times 36 = 180$$

$$(3 \times 8 + 3) \times 7 = (24 + 3) \times 7 = 27 \times 7 = 189$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 59 \times 50 = 2 \times 50 \times 59 = 100 \times 59 = 5\ 900$$

$$F = 34 \times 101 = 34 \times (100 + 1) = 34 \times 100 + 34 \times 1 = 3\ 400 + 34 = 3\ 434$$

$$G = 13 \times 20 + 13 \times 80 = 13 \times (20 + 80) = 13 \times 100 = 1\ 300$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $4 \times 4 = 4^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 3^3 = 9 \text{ » Faux. } 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27, \text{ et non } 3 \times 3.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\ 000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$47 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 47 < 49 = 7^2) \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°185



112 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 112 < 121 = 11^2$) 116 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 116 < 121 = 11^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 4^2 - 6 = 5 \times 16 - 6 = 80 - 6 = 74$

$$B = (5 \times 4)^2 - 6 = 20^2 - 6 = 400 - 6 = 394$$

$$C = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$$

$$D = (4 + 7)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 5 : a^2 + 6a = 5^2 + 6 \times 5 = 25 + 6 \times 5 = 25 + 30 = 55$$

$$\text{Pour } a = 10 : a^2 + 6a = 10^2 + 6 \times 10 = 100 + 6 \times 10 = 100 + 60 = 160$$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 143 :

$$11^2 = 121 \leq 143 \text{ et } 12^2 = 144 > 143.$$

a) Elle mettra 11 dalles sur chaque côté.

$$143 - 121 = 22$$

b) Il lui restera 22 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 129 et 203. » $\rightarrow$ encore 73 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169, 196.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).