



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°186



CAPU0186

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 6.
- **B** est le carré du double de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (1 + 2)^3 \quad \mathbf{D} = 16 + 72 \div 8 \quad \mathbf{E} = (2 \times 4)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

202 divisé par 7 1 759 divisé par 27

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 183 par 7 ? Justifier.

$$(a) 183 = 7 \times 25 + 8 \quad (b) 183 = 7 \times 26 + 1 \quad (c) 183 = 7 \times 27 - 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 139 élèves en sortie dans des minibus de 16 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 524					
5 740					
2 637					
215					
717					

2. Dans le nombre $5\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 145.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°186



CAPU0186

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 29 + 2 \times 4 \quad B = 42 \div 6 \times 3$$

$$C = (4 \times 3 - 3) \div 5 \quad D = 2,5 + 6 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 4 \times 9 - 9 = 108 \quad 6 + 2 \times 2 \times 9 = 90$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 8 \times 98 \times 125 \quad F = 3,6 \times 0,8 + 3,6 \times 0,2 \quad G = 48 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 5 + 5 + 5 \quad 7 \times 7 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 5^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad (5 + 3)^2 = 5^2 + 3^2 \quad 4 \times 3^2 = 12^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 100 ; 125 ; 137 ; 41 ; 121

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 5^2 - 4 \quad B = (4 \times 5)^2 - 4$$

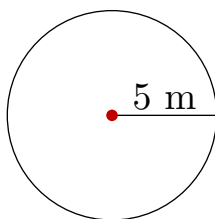
$$C = 2^2 + 5^2 \quad D = (2 + 5)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 1$ et $B = (3a)^2 - 1$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 5 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 25 et 71.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.

Je suis divisible par 3.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

$B = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (1 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 2.

$D = 16 + 72 \div 8$ est une **somme** : c'est la somme de 16 et du quotient de 72 par 8.

$E = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 28 = 196 \leq 202 < 203 = 7 \times 29$: le quotient est 28, le reste $202 - 196 = 6$.

$202 = 7 \times 28 + 6$, avec $6 < 7$.

$27 \times 65 = 1\,755 \leq 1\,759 < 1\,782 = 27 \times 66$: le quotient est 65, le reste $1\,759 - 1\,755 = 4$.

$1\,759 = 27 \times 65 + 4$, avec $4 < 27$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $183 = 7 \times 25 + 8$: le « reste » 8 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(b) $183 = 7 \times 26 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $183 = 7 \times 27 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 26, reste 1.

Comme $1 < 26$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 183 par 26 : quotient 7, reste 1.

3. $139 = 16 \times 8 + 11$

8 minibus pleins transportent 128 élèves ; il en reste 11 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $8 + 1 = 9$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $16 - 11 = 5$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°186



CAPU0186

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 524	oui	non	non	non	non
5 740	oui	non	oui	non	oui
2 637	non	oui	non	oui	non
215	non	non	oui	non	non
717	non	oui	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$6\,524 \rightarrow 6 + 5 + 2 + 4 = 17 \quad 5\,740 \rightarrow 5 + 7 + 4 + 0 = 16 \quad 2\,637 \rightarrow 2 + 6 + 3 + 7 = 18$$

$$215 \rightarrow 2 + 1 + 5 = 8 \quad 717 \rightarrow 7 + 1 + 7 = 15$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 2 = 7 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 2 : 9$$

Une seule solution : 522.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai**. Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 783, somme des chiffres 18.

« 5 est un diviseur de 145. » **Vrai**. $145 = 5 \times 29$: le reste de la division de 145 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 29 + 2 \times 4 = 29 + 8 = 37$

$$B = 42 \div 6 \times 3 = 7 \times 3 = 21$$

$$C = (4 \times 3 - 3) \div 5 = (12 - 3) \div 5 = 9 \div 5 = 1,8$$

$$D = 2,5 + 6 \times 1,5 = 2,5 + 9 = 11,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(9 + 4) \times 9 - 9 = 13 \times 9 - 9 = 117 - 9 = 108$$

$$(6 + 2 \times 2) \times 9 = (6 + 4) \times 9 = 10 \times 9 = 90$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 8 \times 98 \times 125 = 8 \times 125 \times 98 = 1\,000 \times 98 = 98\,000$$

$$F = 3,6 \times 0,8 + 3,6 \times 0,2 = 3,6 \times (0,8 + 0,2) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$G = 48 \times 101 = 48 \times (100 + 1) = 48 \times 100 + 48 \times 1 = 4\,800 + 48 = 4\,848$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°186



CAPU0186

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $7 \times 7 = 7^2$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $5^3 = 125$.

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $(5 + 3)^2 = 5^2 + 3^2$ » **Faux.** $(5 + 3)^2 = 8^2 = 64$, alors que $5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$.

« $4 \times 3^2 = 12^2$ » **Faux.** $4 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 3.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

41 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 41 < 49 = 7^2$) $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube !**

100 = 10^2 : **carré** 121 = 11^2 : **carré**

125 = 5^3 : **cube** 137 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 137 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 4 = 4 \times 25 - 4 = 100 - 4 = 96$

$B = (4 \times 5)^2 - 4 = 20^2 - 4 = 400 - 4 = 396$

$C = 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$

$D = (2 + 5)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 3a^2 - 1 = 3 \times 2^2 - 1 = 3 \times 4 - 1 = 12 - 1 = 11$

$B = (3a)^2 - 1 = (3 \times 2)^2 - 1 = 6^2 - 1 = 36 - 1 = 35$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit $3a$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 5^2 = \pi \times 25 = 25\pi$

a) **L'aire exacte est $25\pi \text{ m}^2$.**

$25 \times 3,14 = 78,5$

b) **L'aire vaut environ 79 m^2 .**

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 5^2$, et non $(\pi \times 5)^2$. On élève 5 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 25 et 71. » $\rightarrow$ encore 45 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 36, 64.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).