



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 6.
- **B** est le double du carré de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 + 1)^3 \quad D = (17 + 18) \div 7 \quad E = 62 - 6 \times 7$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$445 \text{ divisé par } 8 \quad 590 \text{ divisé par } 25$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 447 par 11 ? Justifier.

$$(a) 447 = 11 \times 41 - 4 \quad (b) 447 = 11 \times 40 + 7 \quad (c) 447 = 11 \times 39 + 18$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 194 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 872					
897					
275					
6 210					
3 663					

2. Dans le nombre $8\square9$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 212.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°187



CAPU0187

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 38 - 7 + 5 \quad B = 10 + 30 \div 5 \times 2$$

$$C = (8 + 4) \times 6 - 3 \quad D = 3 \times [21 - (9 + 9)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 9 - 2 - 2 = 14 \quad 9 \times 7 - 5 \times 4 = 72$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 \quad F = 4 \times 47 \times 25 \quad G = 45 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 12 \times 12 \quad 2 + 2 + 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 4^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 4^3 = 12$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 27 ; 121 ; 35 ; 16 ; 21

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 2^2 - 3 \quad B = (3 \times 2)^2 - 3$$

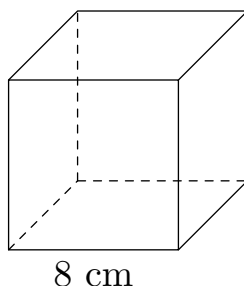
$$C = 1^2 + 7^2 \quad D = (1 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $2n^3$ pour $n = 3$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 8 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 16 et 57.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Mon chiffre des unités est 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°187



CAPU0187

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$

$B = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 1.

$D = (17 + 18) \div 7$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 17 et 18 par 7.

$E = 62 - 6 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 62 et le produit de 6 par 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 55 = 440 \leq 445 < 448 = 8 \times 56$: le quotient est 55, le reste $445 - 440 = 5$.

$445 = 8 \times 55 + 5$, avec $5 < 8$.

$25 \times 23 = 575 \leq 590 < 600 = 25 \times 24$: le quotient est 23, le reste $590 - 575 = 15$.

$590 = 25 \times 23 + 15$, avec $15 < 25$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $447 = 11 \times 41 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $447 = 11 \times 40 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 11. ✓

(c) $447 = 11 \times 39 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 40, reste 7.

Comme $7 < 40$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 447 par 40 : quotient 11, reste 7.

3. $194 = 12 \times 16 + 2$, avec $2 < 12$

a) Elle remplit 16 boîtes pleines.

b) Il reste 2 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 872	oui	non	non	non	non
897	non	oui	non	non	non
275	non	non	oui	non	non
6 210	oui	oui	oui	oui	oui
3 663	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°187



CAPU0187

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 2\ 872 &\rightarrow 2 + 8 + 7 + 2 = 19 & 897 &\rightarrow 8 + 9 + 7 = 24 & 275 &\rightarrow 2 + 7 + 5 = 14 \\ 6\ 210 &\rightarrow 6 + 2 + 1 + 0 = 9 & 3\ 663 &\rightarrow 3 + 6 + 6 + 3 = 18 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 9 = 17 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 18; \square = 4 : 21; \square = 7 : 24$$

3 solutions : 819, 849, 879.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 153, somme des chiffres 9.

« 8 est un diviseur de 212. » **Faux.** $212 = 8 \times 26 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 38 - 7 + 5 = 31 + 5 = 36$

$$B = 10 + 30 \div 5 \times 2 = 10 + 6 \times 2 = 10 + 12 = 22$$

$$C = (8 + 4) \times 6 - 3 = 12 \times 6 - 3 = 72 - 3 = 69$$

$$D = 3 \times [21 - (9 + 9)] = 3 \times [21 - 18] = 3 \times 3 = 9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 + 9 - (2 - 2) = 5 + 9 - 0 = 14 - 0 = 14$$

$$9 \times (7 - 5) \times 4 = 9 \times 2 \times 4 = 18 \times 4 = 72$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 = 1,5 \times (0,8 + 0,2) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$F = 4 \times 47 \times 25 = 4 \times 25 \times 47 = 100 \times 47 = 4\ 700$$

$$G = 45 \times 101 = 45 \times (100 + 1) = 45 \times 100 + 45 \times 1 = 4\ 500 + 45 = 4\ 545$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $12 \times 12 = 12^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 4^3 = 12 \text{ » Faux. } 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64, \text{ et non } 3 \times 4.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 21 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 21 < 25 = 5^2)$$

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 35 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 35 < 36 = 6^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°187



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 2^2 - 3 = 3 \times 4 - 3 = 12 - 3 = 9$

$$B = (3 \times 2)^2 - 3 = 6^2 - 3 = 36 - 3 = 33$$

$$C = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$$

$$D = (1 + 7)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 3 : 2n^3 = 2 \times 3^3 = 2 \times 27 = 54$$

$$\text{Pour } n = 10 : 2n^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 8 petits cubes sur 8 : $8^2 = 8 \times 8 = 64$.

a) On voit 64 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 8 couches de 64 petits cubes : $8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$.

b) Il a utilisé 512 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $8 - 2 = 6$ petits cubes d'arête. $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

c) 216 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 16 et 57. » $\rightarrow$ encore 40 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 25, 36, 49.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 25, 49.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).