



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°188



CAPU0188

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 3 et de 1.
- **B** est le carré de la somme de 3 et 1.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 8^2 + 6^2 \quad D = 2 \times 5^2 - 9 \quad E = 2 \times (14 - 7)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

621 divisé par 4 600 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 102 par 9 ? Justifier.

$$(a) 102 = 9 \times 10 + 12 \quad (b) 102 = 9 \times 11 + 3 \quad (c) 102 = 9 \times 12 - 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mercredi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 162 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 162 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
501					
9 459					
6 088					
6 970					
935					

2. Dans le nombre $1\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 94.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°188



CAPU0188

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 69 - 3 \times 7 \quad B = 6 \times 6 - 4 \times 6$$

$$C = (5 \times 7 - 3) \div 4 \quad D = 4 \times [40 - (9 + 6)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 7 - 9 + 8 = 11 \quad 2 \times 4 - 3 + 6 = 8$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 27 \times 99 \quad F = 11 + 3,45 + 89 \quad G = 3,6 \times 0,7 + 3,6 \times 0,3$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 6 + 6 + 6 \quad 10 \times 10 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 4^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4 \times 5^2 = 20^2 \quad 0^2 = 0 \quad 3^2 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

8 ; 111 ; 61 ; 144 ; 49 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 6 \quad B = (4 \times 6)^2 - 6$$

$$C = 4^2 + 5^2 \quad D = (4 + 5)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 7$ et $B = (3a)^2 - 7$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 157 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 41 et 89.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°188



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$

$B = (3 + 1)^2 = 4^2 = 16$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 8^2 + 6^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 8 et de 6.

$D = 2 \times 5^2 - 9$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 5 et 9.

$E = 2 \times (14 - 7)$ est un **produit** : c'est le produit de 2 par la différence entre 14 et 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 155 = 620 \leq 621 < 624 = 4 \times 156$: le quotient est 155, le reste $621 - 620 = 1$.

$621 = 4 \times 155 + 1$, avec $1 < 4$.

$26 \times 23 = 598 \leq 600 < 624 = 26 \times 24$: le quotient est 23, le reste $600 - 598 = 2$.

$600 = 26 \times 23 + 2$, avec $2 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $102 = 9 \times 10 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(b) $102 = 9 \times 11 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 9. ✓

(c) $102 = 9 \times 12 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 11, reste 3.

Comme $3 < 11$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 102 par 11 : quotient 9, reste 3.

3. $162 = 7 \times 23 + 1$

a) 162 jours font 23 semaines complètes et 1 jour.

Après 23 semaines complètes, on est de nouveau mercredi. Il reste à avancer de 1 jour : mercredi → jeudi.

b) Dans 162 jours, nous serons jeudi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
501	non	oui	non	non	non
9 459	non	oui	non	oui	non
6 088	oui	non	non	non	non
6 970	oui	non	oui	non	oui
935	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°188



CAPU0188

Sommes des chiffres :

$$501 \rightarrow 5 + 0 + 1 = 6 \quad 9\,459 \rightarrow 9 + 4 + 5 + 9 = 27 \quad 6\,088 \rightarrow 6 + 0 + 8 + 8 = 22$$
$$6\,970 \rightarrow 6 + 9 + 7 + 0 = 22 \quad 935 \rightarrow 9 + 3 + 5 = 17$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 4 = 5 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 4 : 9$$

Une seule solution : 144.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 83 se termine par 3, mais $83 = 3 \times 27 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 5 est un diviseur de 94. » **Faux.** $94 = 5 \times 18 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 69 - 3 \times 7 = 69 - 21 = 48$

$$B = 6 \times 6 - 4 \times 6 = 36 - 24 = 12$$

$$C = (5 \times 7 - 3) \div 4 = (35 - 3) \div 4 = 32 \div 4 = 8$$

$$D = 4 \times [40 - (9 + 6)] = 4 \times [40 - 15] = 4 \times 25 = 100$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times 7 - (9 + 8) = 4 \times 7 - 17 = 28 - 17 = 11$$

$$2 \times (4 - 3) + 6 = 2 \times 1 + 6 = 2 + 6 = 8$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 27 \times 99 = 27 \times (100 - 1) = 27 \times 100 - 27 \times 1 = 2\,700 - 27 = 2\,673$$

$$F = 11 + 3,45 + 89 = 11 + 89 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

$$G = 3,6 \times 0,7 + 3,6 \times 0,3 = 3,6 \times (0,7 + 0,3) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $10 \times 10 = 10^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $4 \times 5^2 = 20^2$ » **Faux.** $4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100$, alors que $20^2 = 400$. Le carré ne porte que sur 5.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 3^2 = 6 \text{ » Faux. } 3^2 = 3 \times 3 = 9. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 3 \times 2 = 6, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$61 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 61 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$111 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 111 < 121 = 11^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 6 = 4 \times 36 - 6 = 144 - 6 = 138$

$$B = (4 \times 6)^2 - 6 = 24^2 - 6 = 576 - 6 = 570$$

$$C = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$$

$$D = (4 + 5)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3a^2 - 7 = 3 \times 4^2 - 7 = 3 \times 16 - 7 = 48 - 7 = 41$$

$$B = (3a)^2 - 7 = (3 \times 4)^2 - 7 = 12^2 - 7 = 144 - 7 = 137$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 3a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 157 :

$$12^2 = 144 \leq 157 \text{ et } 13^2 = 169 > 157.$$

a) Elle mettra 12 dalles sur chaque côté.

$$157 - 144 = 13$$

b) Il lui restera 13 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 41 et 89. » $\rightarrow$ encore 47 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).